

## أدرب وأحل المسائل

### حل المعادلات المثلثية

#### أدرب وأحل المسائل



أحلُّ المعادلات الآتية، علمًا بأنَّ  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ :

1  $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$x = 45^\circ, x = 135^\circ$

2  $\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$x = 30^\circ, x = 210^\circ$

3  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$x = 30^\circ, x = 330^\circ$

4  $7 + 9 \cos x = 1$

$x \approx 131.81^\circ, x \approx 228.19^\circ$

5  $2 \sin x + 1 = 0$

$x = 210^\circ, x = 330^\circ$

6  $1 - 2 \tan x = 5$

$x \approx 116.57^\circ, x \approx 296.57^\circ$

أحلُّ المعادلات الآتية، علمًا بأنَّ  $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ :

7  $5 - 2 \cos(4x) = 4$

$5 - 2 \cos(4x) = 4, 0^\circ \leq x \leq 90^\circ$

$-2 \cos(4x) = -1$

$\cos(4x) = \frac{1}{2}$

$\cos \theta = \frac{1}{2}, 0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$

$\Rightarrow \theta = 60^\circ, \theta = 300^\circ$

$\Rightarrow x = 15^\circ, x = 75^\circ$

8  $3 + 4 \tan(2x) = 6$

$x \approx 18.435^\circ$

9  $13 \sin(3x) + 1 = 6$

$x \approx 7.54^\circ, x \approx 52.46^\circ$



10  $2(\sin x - 2) + 1 = 3 \sin x$

$\phi$

11  $\tan x - 3(2 \tan x - 1) = 10$

$x \approx 125.4^\circ, x \approx 305.54^\circ$

12  $15 \tan x - 7 = 5 \tan x - 3$   $x \approx 21.80^\circ, x \approx 201.80^\circ$

13  $5(\cos x - 1) = 6 + \cos x$   $\phi$

14  $\tan^2 x - 9 \tan x + 20 = 0$

$(\tan x - 4)(\tan x - 5) = 0$

$\tan x = 4 \Rightarrow x \approx 75.96^\circ, x \approx 255.96^\circ$

$\tan x = 5 \Rightarrow x \approx 78.69^\circ, x \approx 258.69^\circ$

15  $2 \cos^2 x - \cos x = 0$

$\cos x(2 \cos x - 1) = 0$

$\cos x = 0 \Rightarrow x = 90^\circ, x = 270^\circ$

$\cos x = 0.5 \Rightarrow x = 60^\circ, x = 300^\circ$

16  $4 \sin^2 x - 3 \sin x = 1$

$$(\sin x - 1)(4 \sin x + 1) = 0$$

$$\sin x = 1 \Rightarrow x = 90^\circ$$

$$\sin x = -0.25 \Rightarrow x \approx 194.48^\circ, x \approx 345.52^\circ$$

18  $4 \cos^2 x - 4 = 15 \cos x$   $x \approx 104.48^\circ,$   
 $x \approx 255.52^\circ$

17  $2 \sin^2 x - 1 = 0$

$$x = 45^\circ, x = 135^\circ$$

$$x = 225^\circ, x = 315^\circ$$

19  $\cos x = \sin x$   $x = 45^\circ, x = 225^\circ$

20 ساعات: أحل المسألة الواردة في بداية الدرس.

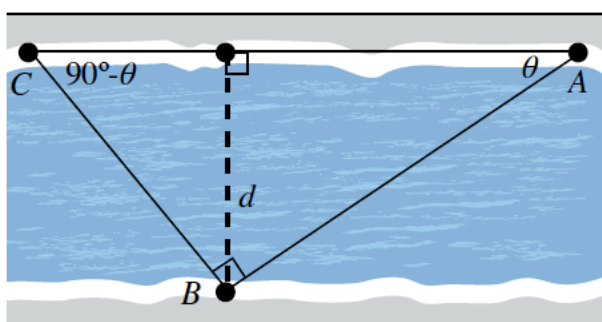
$$118 = -60 \cos(30x) + 110$$

$$\Rightarrow -60 \cos(30x) = 8$$

$$\Rightarrow \cos(\theta) = \frac{-2}{15} \Rightarrow \theta \approx 97.66^\circ \text{ or } 262.34^\circ$$

$$\Rightarrow x \approx 3.26^\circ, x \approx 8.74^\circ$$

منهاجي



$$d = 90 \cos \theta, d = 60 \cos (90^\circ - \theta)$$

$$\Rightarrow 90 \cos \theta = 60 \cos (90^\circ - \theta)$$

$$\Rightarrow 90 \cos \theta = 60 \sin \theta \Rightarrow \tan \theta = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \theta \approx 56.31^\circ$$

$$d = 90 \cos 56.31^\circ \approx 50 \text{ m}$$

21 سباحة: سباح حامد مسافة 90 m من النقطة A على الضفة

الشمالية لنهر إلى النقطة B على الضفة المقابلة، ثم دار

بزواوية قائمة، وسبح مسافة 60 m إلى نقطة أخرى C

على الضفة الشمالية. إذا كان قياس الزاوية CAB هو  $\theta$ ،

وقياس الزاوية ACB هو  $(90^\circ - \theta)$ ، وطول العمود من B

إلى CA يساوي عرض النهر  $d$ ، فأعبر عن  $d$  بدلالة  $\theta$  مرة،

وبدلالة  $(90^\circ - \theta)$  مرة أخرى، ثم أكتب معادلة وأحلها

لإيجاد قيمة  $\theta$ ، ثم أجد عرض النهر.

22 دولاب: يُعطى ارتفاع الراكب عن الأرض في دولاب دوّار بالمعادلة:  $h = 27 - 25 \cos \theta$ ، حيث  $h$  الارتفاع

بالأمتار، و  $\theta$  قياس الزاوية التي دارها الدولاب. متى يكون ارتفاع الراكب عن الأرض 49 m؟

$$49 = 27 - 25 \cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = -0.88$$

$$\Rightarrow \theta \approx 151.64^\circ \text{ or } \theta \approx 208.36^\circ$$

23 حركةً مقذوفاتٍ: المسافةُ الأفقيةُ التي تقطعُها مقذوفةٌ في الهواءِ (من دون افتراضِ وجودِ لمقاومةِ الهواءِ) تُعطى بالمعادلة:  $d = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$ ، حيثُ:  $v_0$  السرعةُ الابتدائيةُ، و  $\theta$  الزاويةُ التي تُطلَقُ بها المقذوفةُ، و  $g$  تسارعُ الجاذبيةِ الأرضيةِ ( $9.8 \text{ m/s}^2$ ). إذا قُذِفَتْ كرةٌ ببسبول بسرعةٍ ابتدائيةٍ مقدارها  $40 \text{ m/s}$ ، فما الزاويةُ التي تُوجَّهُ بها الرميةُ لكي تقطعَ الكرةُ مسافةً أفقيةً مقدارها  $110 \text{ m}$  قبلَ سقوطِها على الأرضِ؟ ما أبعدُ نقطةٍ يُمكنُ أن تصلها الكرةُ إذا قُذِفَتْ بهذه السرعةِ الابتدائيةِ؟

$$110 = \frac{(40)^2 \sin(2\theta)}{9.8}$$

$$\Rightarrow \sin(2\theta) \approx 0.674$$

$$\Rightarrow \sin(x) \approx 0.674$$

$$\Rightarrow x \approx 42.38^\circ \text{ or } x \approx 137.62^\circ$$

$$\Rightarrow \theta \approx 21.19^\circ \text{ or } \theta \approx 68.81^\circ$$

يصل المقذوف أبعد نقطة عندما  $\theta = 45^\circ$ ، عندئذ:

$$d = \frac{(40)^2 \sin(90^\circ)}{9.8} = \frac{1600 \times 1}{9.8} \approx 163.27 \text{ m}$$



مهارات التفكير العليا

24 أكتشفُ الخطأ: حلَّ كلُّ من سعيدٍ وعليٍّ المعادلة:  $2\sin x \cos x = \sin x$ ، حيثُ:  $0^\circ \leq x < 360^\circ$ :  
أخطأ علي عندما اختصر  $\sin x$  من طرفي المعادلة الأصلية، أمَّا سعيد فإجابته صحيحة.

25 تحدُّ: أحلُّ المعادلة:  $2 \sin x \cos x + \sin x + 2 \cos x + 1 = 0$ ، علمًا بأن  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

$$2 \sin x \cos x + \sin x + 2 \cos x + 1 = 0$$

$$\sin x (2 \cos x + 1) + 2 \cos x + 1 = 0$$

$$(2 \cos x + 1) (\sin x + 1) = 0$$

$$\cos x = \frac{-1}{2} \Rightarrow x = 120^\circ, x = 240^\circ$$

$$\sin x = -1 \Rightarrow x = 270^\circ$$



26 تحدُّ: أجدُّ عددَ حلولِ المعادلة:  $\cos x - \sin x - 1 = 0$ ، حيثُ:  $0^\circ \leq x < 360^\circ$ .

$$\cos x - \sin x = 1$$

$$\cos x = 1, \sin x = 0$$

$$\Rightarrow x = 0^\circ, x = 360^\circ$$

$$\cos x = 0, \sin x = -1$$

$$\Rightarrow x = 270^\circ$$



إذن: يوجد ثلاثة حلول للمعادلة.