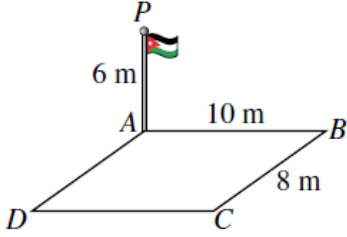


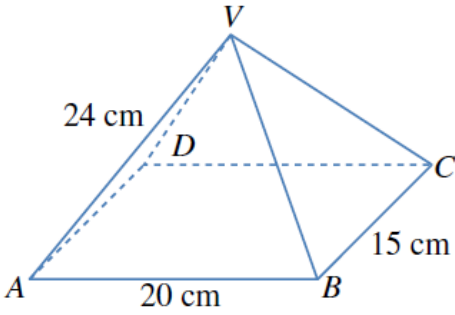
## أدرب وأحل المسائل

### حل مسائل ثلاثية الأبعاد

#### أدرب وأحل المسائل



1 سارية العَلَم: نُصِبَتْ ساريةٌ عَلَمٍ عمودياً عند رُكنِ ساحةٍ مستطيلة الشكل  $ABCD$ . أجدُ زاويةَ ارتفاعِ قَمَّةِ السارية  $P$  من النقطة  $C$ .  $25.1^\circ$

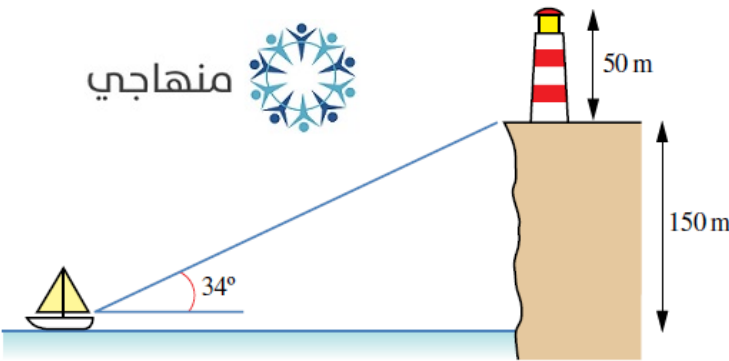


يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ هرمًا قاعدته  $ABCD$  مستطيلة الشكل، بُعْدَاهَا:  $20\text{ cm}$  و  $15\text{ cm}$ . إذا كان طول كلٍّ من الأحرافِ الواصلةِ بينَ قَمَّةِ الهرمِ ورؤوسِ القاعدةِ  $24\text{ cm}$ ، وكانتِ القمَّةُ  $V$  تقعُ رأسيًا فوقَ مركزِ القاعدةِ المستطيلةِ، فأجدُ:

2 طولُ القُطرِ  $AC$ .  $25\text{ cm}$

3 قياسُ الزاويةِ  $VAC$ .  $58.6^\circ$

4 ارتفاعُ الهرمِ.  $20.5\text{ cm}$



5 منارةٌ: شاهدَ صيَّادٌ من قاربه قاعدةَ منارةٍ على

حافةٍ صخريةٍ بزاويةِ ارتفاعٍ قياسها  $34^\circ$ .

إذا كان ارتفاعُ قاعدةِ المنارةِ عن مستوى عينيِّ

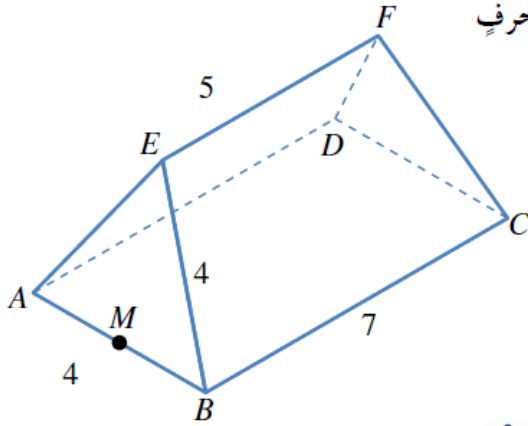
الصيَّادِ  $150\text{ m}$ ، فكم يبعدُ الصيَّادُ عن هذه

القاعدة؟  $222.4\text{ m}$

6 إذا كان ارتفاعُ المنارةِ  $50\text{ m}$ ، فما زاويةُ ارتفاعِ

نظيرِ الصيَّادِ نحوَ قَمَّةِ المنارةِ؟  $42.0^\circ$

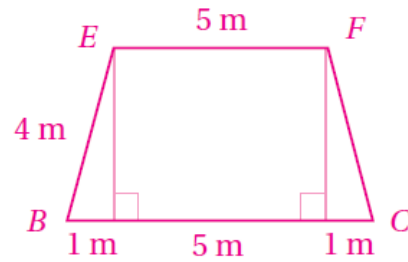
يُمثَّل الشكل المجاورُ سقفَ بنايةٍ، قاعدتهُ المستطيلُ الأفقيُّ  $ABCD$  الذي بُعدها:  $7\text{ m}$ ، و  $4\text{ m}$ . وتُمثَّل نهايتا السقفِ مثلثين متطابقين الأضلاع، في حين يُمثَّل كلُّ من جانبي السقفِ شبه منحرفٍ متطابق الساقين. إذا كان طول الحافة العلوية  $EF$  هو  $5\text{ m}$ ، فأجِد:



7 طول  $EM$ ، حيث  $M$  نقطة منتصف  $AB$ .  $3.46\text{ m}$

8 قياس الزاوية  $EBC$ .

قياس الزاوية  $EBC$  هو:  $\cos^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = 75.5^\circ$

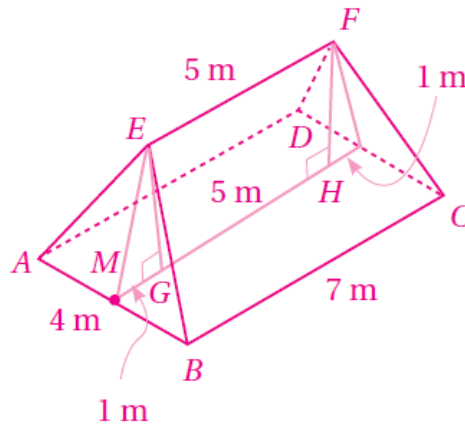


9 قياس الزاوية بين  $EM$  والقاعدة  $ABCD$ .

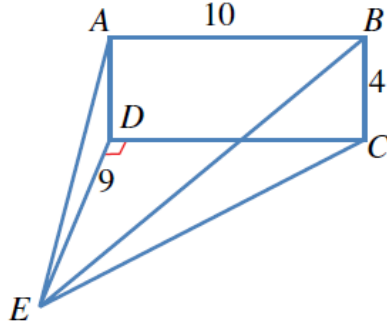
الزاوية بين  $EM$  والقاعدة  $ABCD$  هي الزاوية  $EMG$ ، وإذا أنزل عمود من  $F$  إلى القاعدة تكوّن المستطيل  $EGHF$  ومثلثان، طول قاعدة كلٍّ منهما  $1\text{ m}$ .

إذن: جيب تمام الزاوية  $EMG$  هو:  $\frac{MG}{EM} = \frac{1}{3.46}$ ، وقياسها هو:  $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3.46}\right) = 73.2^\circ$

منهاجي



$ABCD$  مستطيلٌ رأسيٌّ، و  $EDC$  مثلثٌ أفقيٌّ. إذا كان قياسُ الزاوية  $CDE$  هو  $90^\circ$ ، و  $AB = 10 \text{ cm}$ ،



و  $BC = 4 \text{ cm}$ ، و  $ED = 9 \text{ cm}$ ، فأجِد:

10 قياسُ الزاوية  $AED$ .  $24.0^\circ$

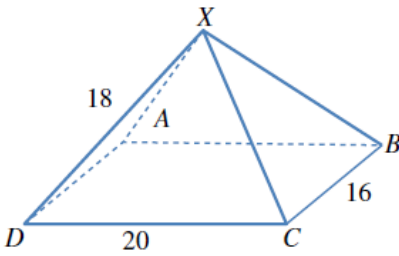
11 قياسُ الزاوية  $DEC$ .  $48.0^\circ$

12 طولُ  $\overline{EC}$ .  $13.5 \text{ cm}$

13 قياسُ الزاوية  $BEC$ .  $16.6^\circ$



14 يُمثَّل الشكلُ المجاورُ الهرمَ  $XABCD$  الذي له قاعدةٌ مستطيلةٌ الشكلُ.



أجِد قياسُ الزاوية بين الحافة  $XD$  وقُطرِ القاعدةِ  $DB$ .  $44.6^\circ$

15 أحلُّ المسألة الواردة في بدايةِ الدرس.

$$(AC)^2 = 232.6^2 + 232.6^2 = 2(232.6)^2$$

$$AC = 232.6\sqrt{2}$$



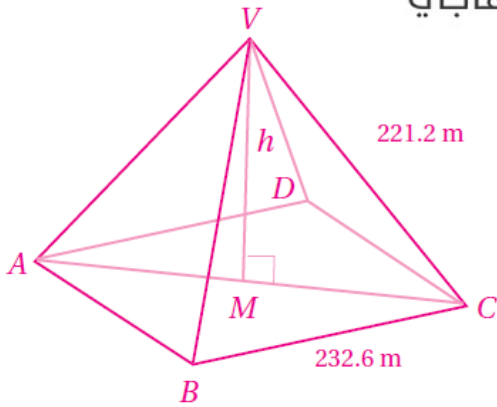
النقطة  $M$  هي منتصف  $AC$ ؛ أي إن:

$$AM = \frac{1}{2} (232.6\sqrt{2}) = 116.3\sqrt{2}$$

$$h^2 = 221.2^2 - (116.3\sqrt{2})^2$$

$$= 21878.06$$

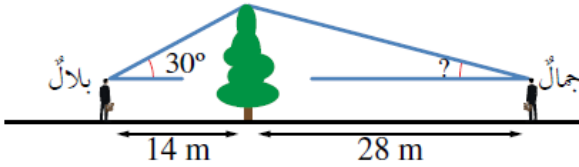
$$h = 147.9 \text{ m}$$



## مهارات التفكير العليا



- 16 **أكتشف الخطأ:** يقف بلالٌ على بُعد 14 m شرقيّ شجرة، زاوية ارتفاع قمتها بالنسبة إليه  $30^\circ$ ، ويقف جمالٌ على بُعد 28 m غربيّ الشجرة، وهو يرى أنّ زاوية ارتفاع قمة الشجرة بالنسبة إليه يجب أن تكون  $15^\circ$ ؛ لأنّه يبعد عن الشجرة مثلي المسافة التي يبعدها بلالٌ. هل رأي جمالٍ صحيحٌ؟ إذا لم يكن رأيه صحيحًا، فما زاوية الارتفاع؟



ليس صحيحًا؛ لأن  $\tan 15^\circ \neq \frac{1}{2} \tan 30^\circ$

ارتفاع الشجرة فوق مستوى عيني شيماء هو:  $14 \tan 30^\circ$

إذا كانت زاوية ارتفاع الشجرة بالنسبة إلى ليلى هي  $\theta$ ، فإن:

$$\tan \theta = \frac{14 \tan 30^\circ}{28}$$

$$= \frac{8.083}{28}$$

$$\theta = \tan^{-1}(8.083 \div 28) \approx 16.1^\circ$$



- 17 **تحذّر:** رُصد القاربان  $A$  و  $B$  في البحر من قمة منارة على الشاطئ، ارتفاعها 44 m، في اللحظة نفسها، فكانت زاوية انخفاض القارب  $A$  هي  $53^\circ$ ، وزاوية انخفاض القارب  $B$  هي  $37^\circ$ ، وقياس الزاوية  $AMB$  هو  $120^\circ$ ، حيث قاعدة المنارة. أجد المسافة بين القاربين.

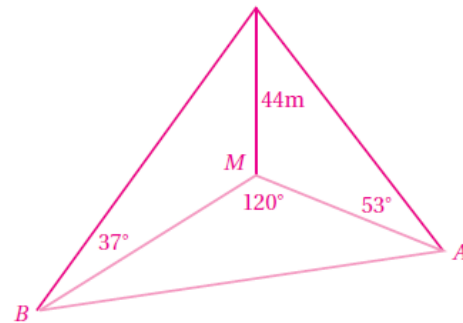
$$MB = 44 \div \tan 37^\circ = 58.39$$

$$AM = 44 \div \tan 53^\circ = 33.16$$

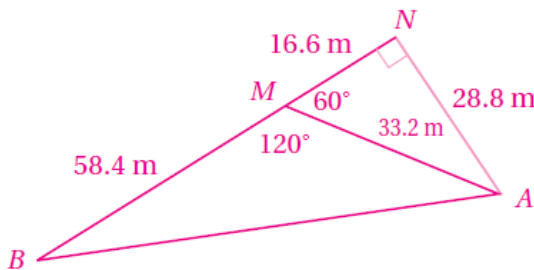
$$(AB)^2 = (58.39)^2 + (33.16)^2 - 2 \times 58.39 \times 33.16 \cos 120^\circ$$

$$= 6445.1901$$

$$AB \approx 80.3 \text{ m}$$



حل آخر للسؤال 17 بعد إيجاد  $MA$ ، و  $MB$ ، يستعمل الطلبة قانون جيوب التمام لإيجاد المسافة بين القاربين. ويمكن إيجاد هذه المسافة باعتماد المثلثات القائمة فقط كما في الشكل الآتي:



$$(AB)^2 = 75^2 + 28.8^2 = 6454.44$$

$$AB \approx 80.3 \text{ m}$$