إجابات أسئلة الدرس

المساحة - دليل المعلم

١) جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق(س)، ومحور السينات والمستقيمين المحددين في كل مما يأتي:

أ) ق(س) = ١٢ ، س = −١ ، س = ٢

ب) ق(س) = ٥ − ٢س ، س = −٢ ، س = ٢

جـ) ق(س) = ٣س^{٢} − ٣ ، س = −٤ ، س = −٢

الحل

أ) $\int_{-1}^{2} 12 \, \text{دس} = 36$

المساحة المطلوبة = ٣٦ وحدة مربعة.

ب) ٥ − ٢س = ٠ ⇐ ٥ = ٢س ⇐ س = $\frac{٥}{٢}$ ∉ [−٢، ٢]

$\int_{-2}^{2} (5 - 2\text{س}) \, \text{دس} = 12$

المساحة المطلوبة = ١٢ وحدة مربعة.

جـ) ٣س^{٢} − ٣ = ٠ ⇐ ٣س^{٢} = ٣ ⇐ س^{٢} = ١ ⇐ س = ١، −١ ∉ [−٤، −٢]

$\int_{-4}^{-2} (3\text{س}^2 - 3) \, \text{دس} = 50$

المساحة المطلوبة = $\int_{-4}^{-2} |\text{ق(س)}| \, \text{دس}$ = ٥٠ وحدة مربعة.

٢) جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق(س)، ومحور السينات على الفترة المحددة في كل مما يأتي:

أ) ق(س) = ٦ − ٦س^{٢} ، على الفترة [−٢، ٠].

ب) ق(س) = ٤س^{٣} ، على الفترة [−١، ١].

جـ) ق(س) = ٣س^{٢} − ٤٨ ، على الفترة [٣، ٥].

د) ق(س) = −س^{٢} − ٤ ، على الفترة [−١، ١].

الحل

أ) ٦ − ٦س^{٢} = ٠ ⇐ ٦ = ٦ س^{٢} ⇐ س^{٢} = ١ ⇐ س = −١، ١

−١ ∈ [−٢، ٠] ، ١ ∉ [−٢، ٠]

$\int_{-٢}^{-١}$ (٦ − ٦س^{٢}). ءس = −٨

$\int_{-١}^{٠}$ (٦ − ٦س^{٢}). ءس = ٤

المساحة المطلوبة = $\int_{-٢}^{٠}$ | ق(س) | . ءس = ٨ + ٤ = ١٢ وحدة مربعة.

ب) $٤س^{٣} = ٠ \Leftarrow س = ٠ \in [-١ ، ١]$.

$$\int_{-١}^{٠} ٤س^{٣} \,.\, ءس = -١$$

$$\int_{٠}^{١} ٤س^{٣} \,.\, ءس = ١$$

المساحة المطلوبة = $\int_{-١}^{١} |ق(س)| \,.\, ءس = ١ + ١ = ٢$ وحدة مربعة.

جـ) $٣س^{٢} - ٤٨ = ٠ \Leftarrow ٣س^{٢} = ٤٨ \Leftarrow س^{٢} = ١٦ \Leftarrow س = ٤ ، -٤$

$٤ \in [٣ ، ٥]$ ، $-٤ \notin [٣ ، ٥]$

$$\int_{٣}^{٤} (٣س^{٢} - ٤٨) \,.\, ءس = -١١$$

$$\int_{٤}^{٥} (٣س^{٢} - ٤٨) \,.\, ءس = ١٣$$

المساحة المطلوبة = $\int_{٣}^{٥} |ق(س)| \, ءس = ١١ + ١٣ = ٢٤$ وحدة مربعة.

د) $-س^{٢} - ٤ = ٠ \Leftarrow س^{٢} = -٤ \Leftarrow$ لا توجد قيمة حقيقية تحقق $س^{٢} = -٤$

$$\int_{-١}^{١} (س^{٢} - ٤) \, ءس = \frac{-٢٦}{٣}$$

المساحة المطلوبة = $\int_{-١}^{١} |ق(س)| \, ءس = \frac{٢٦}{٣}$ وحدة مربعة.

٣) جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق(س)، ومحور السينات في كل مما يأتي:

أ) ق(س) = ٤س − س^٢

ب) ق(س) = ٤س^٣ − ١٢س^٢

الحل

أ) ٤س − س^٢ = ٠ ⟸ س(٤ − س) = ٠ س = ٠ ، ٤

$\int_{٠}^{٤}$ (٤س − س^٢) ءس = $\frac{٣٢}{٣}$

المساحة المطلوبة = $\int_{٠}^{٤}$ | ق(س) | ءس = $\frac{٣٢}{٣}$ وحدة مربعة.

ب) ٤س^٣ − ١٢س^٢ = ٠ ⟸ ٤س^٢ (س − ٣) = ٠ ⟸ س = ٠ ، س = ٣

$\int_{٠}^{٣}$ (س^٣ − ١٢س^٢) ءس = −٢٧

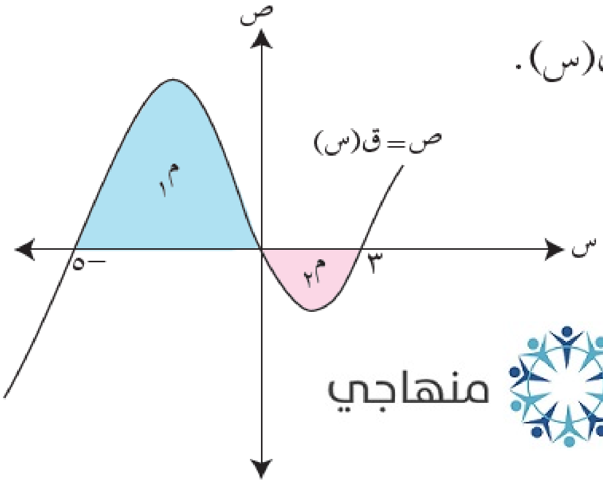
المساحة المطلوبة = $\int_{٠}^{٣}$ | ق(س) | ءس = ٢٧ وحدة مربعة.

٤) يمثل الشكل (٤ − ١١) منحنى الاقتران ص = ق(س).

فإذا كانت المساحة $م_{١}$ = ١٣ وحدة مربعة،

والمساحة $م_{٢}$ = ٣ وحدات مربعة،

فجد قيمة $\int_{-٥}^{٣}$ ق(س) ءس، مبررًا إجابتك.



الشكل (٤ − ١١).

الحل

$\int_{-٥}^{٣}$ ق(س)ءس = $\int_{-٥}^{٠}$ ق(س) ءس + $\int_{٠}^{٣}$ ق(س) ءس

= $م_{١}$ + $-م_{٢}$ = ١٣ + −٣ = ١٠

$م_{١}$ تقع فوق محور السينات $م_{٢}$ تقع تحت محور السينات

---

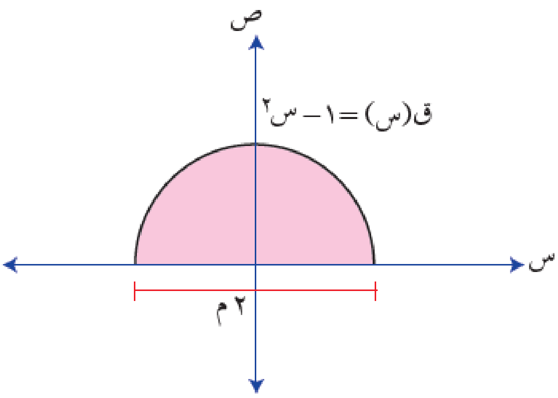
٥) يمثل الشكل (٤ − ١) نافذة طول قاعدتها ٢ م،

محصورة بمنحنى الاقتران ص = ق(س) = ١ − $س^{٢}$

إذا أردنا وضع زجاج على النافذة، وكانت

تكلفة المتر المربع الواحد منه خمسة دنانير،

فما التكلفة الكلية لزجاج النافذة؟



الشكل (٤ − ١).

الحل

مساحة النافذة = $\int_{-١}^{١}$ (١ − $س^{٢}$)ءس = $\frac{٤}{٣}$ $م^{٢}$

التكلفة الكلية = المساحة × تكلفة المتر المربع

= $\frac{٤}{٣}$ × ٥ = $\frac{٢٠}{٣}$ دينار.