

أدرب وأحل المسائل

حل نظام مكونة من معادلتين تربيعيتين

أدرب وأحل المسائل



أحلُّ كلاً من أنظمة المعادلات التربيعية الآتية، ثمَّ أتحقِّق من صحَّةِ الحلِّ:

1 $y = 2x^2 + x - 5$
 $y = -x^2 - 2x - 5$
 $(-1, -4), (0, -5)$

2 $y = x^2 - 4x + 1$
 $y = -2x^2 - 4$
لا يوجد حل للنظام.

3 $y = x^2 + 1$
 $y = 2x^2 - 3$
 $(-2, 5), (2, 5)$

4 $y = x^2 + x + 1$
 $y = -x^2 + x - 2$
لا يوجد حل للنظام.

5 $y = -x^2 + 5x$
 $y = x^2 - 5x$
 $(0, 0), (5, 0)$

6 $y = x^2$
 $y = x^2 + x + 6$
 $(-6, 36)$

7 $y = -x^2 + 6x + 8$
 $y = -x^2 - 6x + 8$
 $(0, 8)$

8 $x^2 + y^2 = 16$
 $y = x^2 - 5$

9 $5x^2 - 2y^2 = 18$
 $3x^2 + 5y^2 = 17$
 $(2, 1), (2, -1), (-2, 1), (-2, -1)$

8) بجمع المعادلتين

$$\begin{array}{r} x^2 + y^2 = 16 \\ + \quad -x^2 + y = -5 \\ \hline \end{array}$$

$$y^2 + y = 11$$

$$y^2 + y - 11 = 0$$

$$y \approx 2.85, y \approx -3.85$$

$$x^2 = 2.85 + 5 = 7.85$$

$$x \approx 2.80, x \approx -2.80$$

$$x^2 = -3.85 + 5 = 1.15$$

$$x \approx 1.07, x \approx -1.07$$

$$(2.80, 2.85), (-2.80, 2.85), (1.07, -3.85), (-1.07, -3.85)$$



10 أجدُ نقاطَ التقاطعِ بينَ الدائرتين:

$$x^2 + (y - 2)^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

بُطرح المعادلة (1) من (2)

$$- \quad x^2 + (y-2)^2 = 4 \rightarrow (1)$$

$$x^2 + y^2 = 9 \rightarrow (2)$$

$$y^2 - (y-2)^2 = 5$$

$$y^2 - y^2 + 4y - 4 = 5$$

$$4y = 9$$

$$y = \frac{9}{4} = 2.25$$

$$x^2 + \left(\frac{9}{4}\right)^2 = 9$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{63}}{4}$$

$$x \approx \pm 1.98$$

$$(1.98, 2.25), (-1.98, 2.25)$$

منهاجي

منهاجي

منهاجي

منهاجي

منهاجي

11 عددان، مجموعُ مربعَيْهِما 89، والفرقُ بينَ مربعَيْهِما 39، ما هذانِ العددانِ؟

افترض أن العدد الأول هو x ، وأن العدد الثاني هو y :

$$x^2 + y^2 = 89$$

$$x^2 - y^2 = 39$$

بحل نظام المعادلات التربيعية، ينتج:

$$(8, 5), (-8, 5), (8, -5), (-8, -5)$$

- 12** **فيزياء:** قُذِفَت كرتان رأسيًا في الوقت نفسه من موقعين مختلفين. إذا كانت المعادلة: $y = -2t^2 + 12t + 10$ تُمثِّل ارتفاع الكرة الأولى بالأمتار بعد مرور t ثانية، وكانت المعادلة: $y = -2t^2 + 4t + 42$ تُمثِّل ارتفاع الكرة الثانية، فأجدُ الزمن الذي يتساوى عنده ارتفاع كلٍّ من الكرتين، ثمَّ أجدُ ارتفاع كلِّ كرة في تلك اللحظة. $t = 4 \text{ sec}, y = 25 \text{ m}$
- 13** **ثقافة مالية:** بالعودة إلى مقدمة الدرس، أستعملُ نظامَ المعادلات المعطى لإيجادِ نقاطِ التوازن التي يتساوى عندها العرضُ والطلبُ.

$$x^2 + 6x = -x^2 + 24x$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 18x = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 9) = 0 \quad \text{تُهمل } x = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, x = 9$$

$$\Rightarrow (9, 135)$$



- 14** **أراضٍ:** قطعة أرضٍ على شكلٍ مثلثٍ مُتطابقٍ الضلعين، طولُ ضلعيه المُتطابقين 50 m، ومساحته 1200 m^2 . أجدُ طولَ قاعدته، وارتفاعه.

افترض أن طول القاعدة هو $2x$ ، وأن الارتفاع هو y :



$$x^2 + y^2 = 2500 \Rightarrow y = \sqrt{2500 - x^2}$$

$$\frac{1}{2} (2x)(y) = 1200 \Rightarrow xy = 1200 \Rightarrow x \sqrt{2500 - x^2} = 1200$$

$$\Rightarrow x^2 (2500 - x^2) = 1440000$$

$$\Rightarrow x^4 - 2500x^2 + 1440000 = 0$$

$$u = x^2 \Rightarrow u^2 - 2500u + 1440000 = 0$$



$$u = \frac{2500 \pm \sqrt{490000}}{2} \Rightarrow u = 1600, u = 900$$

$$x^2 = 1600 \Rightarrow x = 40, y = 30$$

$$x^2 = 900 \Rightarrow x = 30, y = 40$$

أي إن طول القاعدة = 80 m، والارتفاع = 30 m

أو:

طول القاعدة = 60 m، والارتفاع = 40 m



مهارات التفكير العليا

15 **تبرير:** قالت زينب إنَّه لا يوجد حلٌّ لنظام المعادلات الآتي:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 4 \\ x^2 + y^2 &= 9 \end{aligned}$$

لا يمكن إيجاد عددين مجموع مربعيهما يساوي 4، ويساوي 9 في آنٍ معاً.

هل قول زينب صحيح؟ أبرر إجابتي.

16 **مسألة مفتوحة:** أكتب نظاماً مكوناً من معادلتين تربيعيتين ليس له حلٌّ. توجد إجابات متعددة، منها:

$$x^2 + y^2 = 9, x^2 + y = 10$$

17 **تحذُّ:** أحلُّ نظام المعادلات الآتي:

$$\begin{aligned} x^2 - 3xy + 2y^2 &= 0 \\ x^2 + xy &= 6 \end{aligned}$$

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \Rightarrow (x - 2y)(x - y) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2y, \text{ or } x = y$$

$$x = y \Rightarrow x^2 + xy = x^2 + x^2 = 2x^2 = 6$$

$$\Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}, y = \pm\sqrt{3}$$

$$x = 2y \Rightarrow y = \frac{1}{2}x \Rightarrow x^2 + xy = x^2 + \frac{1}{2}x^2 = \frac{3}{2}x^2 = 6$$

$$\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2, y = \pm 1$$

الحلول هي: $(\sqrt{3}, \sqrt{3}), (-\sqrt{3}, -\sqrt{3}), (2, 1), (-2, -1)$



18 مسألة مفتوحة: أكتب نظامًا من معادلتين تربيعيتين؛ على أن تكون النقطة (5, 3) أحد حلوله.

توجد إجابات متعددة، منها: $(x - 5)^2 + (y - 1)^2 = 4$, $x^2 - 10x + y = -22$

19 تحدّد: قطعة من ورق مقوى مستطيلة الشكل، مساحتها 216 cm^2 ، ثني طولها،

ولصقها معًا، فتشكّل أنبوب أسطواني حجمه 224 cm^3 . أجد بُعدَي قطعة الورق.

$$x^2 + y^2 = 500$$

$$y = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{y}{2\pi}$$

$$V = \pi r^2 x = \pi \left(\frac{y}{2\pi}\right)^2 (x) = \frac{y^2 x}{4\pi} = \frac{250}{\pi}$$

$$\Rightarrow y^2 = \frac{1000}{x}$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1000}{x} = 500$$

$$\Rightarrow x^3 - 500x + 1000 = 0$$

$$x \approx 21.28 \text{ cm}, y \approx 6.85 \text{ cm},$$

$$\text{or } x \approx 2.02 \text{ cm}, y \approx 22.25 \text{ cm},$$

$$\text{or } x \approx -23.30$$



بحل المعادلة

(مفروض)

