إجابات كتاب التمارين

مشتقتا الضرب والقسمة والمشتقات العليا

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(1) $f(x)$ = sin x x

$f'(x)$ = x cos x - sin x x2

(2) $f(x) = -\cos x - \sin x$

$f'(x) = \csc x \cot x - \cos x$

(3) $f(x)$ = x + cx + cx

$f(x)$ = x2 + cxx2 + c , $x \neq 0$

$f'(x)$ = (2x + c) (x2 + c) - 2x (x2 + cx)(x2 + c)2= 2cx - cx2 + c2(x2 + c)2 , x ≠ 0

(4) $f(x) = x \cos x$

$f'(x) = -x \csc^2 x + \cot x$

(5) $f(x) = 4x - x^2 \tan x$

$f'(x) = 4 - x^2 \sec^2 x - 2x \tan x$

(6) $f(x)$ = cos x x2

$f'(x)$ = -x2 sin x - 2x cos xx4 = -x sin x - 2 cos xx3

(7) $f(x)$ = x (1 - 4 x + 3)

$f(x)$ = x – 4x x + 3

$f'(x)$ = 1 - 4(x + 3) - 4x(x + 3)2 = 1 - 12(x + 3)2

(8) $f(x)$ = 3(1 - sin x) 2 cos x

$f'(x) = -6 \cos^2 x - (3 - 3 \sin x)(-2 \sin x)(2\cos x)2 = -6 + 6 \sin x4 \cos^2 x$

(9) $f(x) = (x + 1) e^x$

$f'(x) = (x + 1) e^x + e^x = (x + 2) e^x$

أجد معادلة المماس لكل اقتران ممّا يأتي عند النقطة المعطاة:

(10) $f(x) = x^2 \cos x$, $(\pi 2 , 0)$

$f'(x) = -x^2 \sin x + 2x \cos x$

ميل المماس:

$f'(\pi 2) = - \pi 24$

معادلة المماس:

$y - 0 = -\pi 24 (x - \pi 2) \rightarrow y = - \pi 24 x + \pi 38$

(11) $f(x) = 1 + \sin x \cos x$, $(\pi , -1)$

$f'(x) = (\cos x)(\cos x) + \sin x (1 + \sin x)\cos 2 x = 1 + \sin x \cos 2 x$

ميل المماس:

$f'(\pi) = 11 = 1$

معادلة المماس:

$y + 1 = 1(x - \pi) \rightarrow y = x - \pi - 1$

أجد إحداثيي النقطة (النقاط) التي يكون عندها لمنحنى كل اقتران ممّا يأتي مماس أفقي:

(12) $f(x) = 2x - 1x2$

$f'(x)$ = 2x2 - 4x2 + 2xx4 = -2x + 2x3 = 0 → x = 1

النقطة المطلوبة هي:

$(1, f(1)) = (1, 1)$

(13) $h(x)$ = x2 x2 + 1

$h'(x)$ = 2x(x2 + 1) - 2x3 (x2 + 1)2 = 2x (x2 + 1)2= 0 → $x = 0$

النقطة المطلوبة هي:

$(0, h(0)) = (0, 0)$

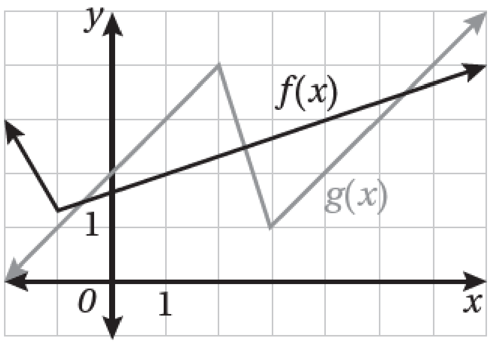
(14) $g(x)$ = 8(x - 2) ex

$g'(x)$ = 8ex - 8ex(x - 2) e2x = 8ex (3 - x) e2x = 8(3 - x) ex = 0 → $x = 3$

النقطة المطلوبة هي:

$(3, g(3))$ = (3,8e3)

يبين الشكل المجاور منحنيي الاقترانين: $f(x)$ ، و $g(x)$. إذا كان: $u(x) = f(x)g(x)$ ، وكان: $v(x) =$ f(x)g(x) ، فأجد كلاً ممّا يأتي:



(15) $u'(1)$

$u'(1) = f(1)g'(1) + g(1)f'(1)$ = 2 x 1 + 3 x 13 = 3

(16) $v'(4)$

$v'(4) = $ g(4)f'(4) - f(4)g'(4)(g(4))2 = 2 x 13- 3 x 1(2)2 = - 2712

(17) إذا كان: $f(x) = x \sec x$ ، فأثبت أنّ $f'(x) = \sec x\,(1 + x \tan x)$.

$f'(x) = x \sec x \tan x + \sec x = \sec x\,(1 + x \tan x)$

(18) إذا كان: $f(x) =$ ln xx ، حيث: $x > 0$ ، فأجد $f'(x)$ ، و $f''(x)$.

$f'(x) =$ x x 1x- ln xx2 = 1 - ln xx2 = 1x2 - ln xx2

$f''(x) =$ - 2x3 - x2 x 1x- 2x ln xx4 = -3 + 2 ln xx3

يمثل الاقتران: $v(t) =$ 102t + 15 , $t \geq 0$ السرعة المتجهة لسيّارة بدأت الحركة في مسار مستقيم، حيث تقاس v بالقدم لكل ثانية:

(19) أجد تسارع السيّارة عندما $t = 5$.

$a(t) =$ -20(2t + 15)2

$a(5) =$ -20(10 + 15)2 = -0.032 ft/s^2

(20) أجد تسارع السيّارة عندما $t = 20$.

$a(20) =$ -20(40 + 15)2 ≈ -0.007 ft/s^2

(21) يعطى طول مستطيل بالمقدار $6t + 5$ ، ويعطى عرضه بالمقدار t ، حيث t الزمن بالثواني، والأبعاد بالسنتمترات. أجد معدل تغيّر مساحة المستطيل بالنسبة إلى الزمن.

$A =$ t $(6t + 5)$ = 6t32 + 5t12

dAdt= 9t32 + 52 t-12 = 9t + 52t cm^2/s