أتدرب وأحل المسائل

المعادلات الأسية

أتدرّب وأحُلُّ المسائل

أستعمل الآلة الحاسبة لإيجاد كلّ ممّا يأتي، مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة:

(1) $\log 19$

$\log 19 \approx 1.3$

(2) $\log (2.5 \times 10^{-3})$

$\log (2.5 \times 10^{-3}) \approx -2.6$

(3) $\ln 3.1$

$\ln 3.1 \approx 1.1$

(4) $\log_2 10$

$\log_2 10 = \log 10 \log 2 \approx 3.3$

(5) $\log_3 e^2$

$\log_3 e^2 = \ln e 2 \ln 3 = 2 \ln 3 \approx 1.8$

(6) $\ln 5$

$\ln 5 \approx 1.6$

أجد قيمة كلّ ممّا يأتي، مقرِّباً إلى أقرب جزء من مئة (إن لزم):

(7) $\log_3 33$

$\log_3 33 = \log 33 \log 3 \approx 3.18$

(8) $\log 13\ 17$

$\log_{13} 17 = \log 17 \log 13 = \log 17 \log 1 - \log 3 \approx -2.58$

(9) $\log_6 5$

$\log_6 5 = \log 5 \log 6 \approx 0.90$

(10) $\log_7 17$

$\log_7 17 = \log_7 1 - \log_7 7 = 0 - 1 = -1$

(11) $\log 1000$

$\log 1000 = 3$

(12) $\log_3 15$

$\log_3 15 = \log 15 \log 3 \approx 2.46$

أحل المعادلات الأسيّة الآتية، مُقرّباً إجابتي إلى أقرب 4 منازل عشرية:

(13) $6^x = 121$

$\log 6^x = \log 121 \rightarrow x \log 6 = \log 121$

$\rightarrow x = \log 121 \log 6 \approx 2.6766$

(14) $-3e^{4x} = -27$

$e^{4x} = 9$

$4^x = \ln 9$

$x = 14 \ln 9 \approx 0.5493$

(15) $5^{7x-2} = 3^{2x}$

$\log 5^{7x-2} = \log 3^{2x}$

$(7x - 2) \log 5 = (2x) \log 3$

$7x \log 5 - 2 \log 5 = 2x \log 3$

$7x \log 5 - 2x \log 3 = 2 \log 5$

$x(7 \log 5 - 2 \log 3) = 2 \log 5$

$x = 2 \log 57 \log 5 - 2 \log 3 \approx 0.3549$

(16) $25^x + 5^x - 42 = 0$

$(5^x)^2 + 5^x - 42 = 0$

$u^2 + u - 42 = 0$

$(u + 7)(u - 6) = 0$

$u = -7 \text{ or } u = 6$

$5^x = -7 \text{ or } 5^x = 6$

المعادلة $5^x = -7$ ليس لها حل؛ لأن $5^x > 0$ لكل قيم المتغير x

$5^x = 6 \rightarrow x \log 5 = \log 6 \rightarrow x = \log 6 \log 5 \approx 1.1133$

(17) $2(9)^x = 32$

$2(9)^x = 32 \rightarrow 9^x = 16 \rightarrow x \log 9 = \log 16$

$x = \log 16 \log 9 \approx 1.2619$

(18) $27^{2x+3} = 2^{x-5}$

$\log 27^{2x+3} = \log 2^{x-5}$

$(2x + 3) \log 27 = (x - 5) \log 2$

$2x \log 27 + 3 \log 27 = x \log 2 - 5 \log 2$

$2x \log 27 - x \log 2 = -3 \log 27 - 5 \log 2$

$x(2 \log 27 - \log 2) = -3 \log 27 - 5 \log 2$

$x = -3 \log 27 - 5 \log 2 \quad 2 \log 27 - \log 2 \approx -2.2638$

Pأودعت سميرة مبلغ في حساب بنكي، بنسبة ربح مُركب مستمر مقدارها 5%:

(19) بعد كم سنة تصبح جملة المبلغ مثلي المبلغ الأصلي؟

$2P = Pe^{0.05t}$

$2 = e^{0.05t}$

$0.05t = \ln 2$

$t = 10.05 \ln 2 = 20 \ln 2 \approx 14$

بعد 14 سنة تقريباً تصبح جملة المبلغ مثلي المبلغ الأصلي.

(20) بعد كم سنة تصبح جملة المبلغ 3 أمثال المبلغ الأصلي؟

$3P = Pe^{0.05t}$

$3 = e^{0.05t}$

$0.05t = \ln 3$

$t = 20 \ln 3 \approx 22$

بعد 22 سنة تقريباً تصبح جملة المبلغ 3 أمثال المبلغ الأصلي.

(21) كوالا: تناقصت أعداد حيوان الكوالا في إحدى الغابات وفق الاقتران: $N = 873e^{-0.078t}$ ، حيث N العدد المتبقي من هذا الحيوان في الغابة بعد t سنة. بعد كم سنة يصبح في الغابة 97 حيواناً من الكوالا؟

$97 = 873e^{-0.078t}$

$97873 = e^{-0.078t}$

$19 = e^{-0.078t}$

$-0.078t = \ln 19$

$-0.078t = \ln 1 - \ln 9$

$-0.078t = 0 - \ln 9$

$-0.078t = - \ln 9$

$t = \ln 90.078 \approx 28$

بعد 28 سنة تقريباً يصبح في الغابة 3 حيواناً من الكوالا.