

مهارات التفكير العليا

مشتقتا الضرب والقسمة والمشتقات العليا

تبرير: إذا كان: $y=1-e^{-x}+e^{-x}$ ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تبعاً:

(34) أجد ميل المماس عند نقطة الأصل.

$$y=1-e^{-x}+e^{-x}=1-1e^{-x}+1e^{-x}=e^{-x}-1e^{-x}+1 \quad \frac{dy}{dx}=(e^{-x}+1)(e^{-x})-(e^{-x}-1)(e^{-x})$$

$$\frac{dy}{dx}|_{x=0}=2e^{-x}(e^{-x}+1)-e^{-x}(e^{-x}-1)|_{x=0}=2(1)(1+1)-1(1-1)=2$$

(35) أبين عدم وجود مماس أفقي للاقتران y مبرراً إجابتي.

إذا وجد مماس أفقي ميله يساوي صفراً، أي أن: $2e^{-x}(e^{-x}+1)=0$ ، وهذا لا يتحقق إلا إذا كان $e^{-x} = 0$ ، ولكن $e^{-x} > 0$ لجميع الأعداد الحقيقية x ، ولذا لا يوجد لهذا المنحنى مماسات أفقية.

تحذّر: إذا كان: $y=x+1x-1$ ، حيث: $x \neq 1$ فأجيب عن الأسئلة الثلاثة الآتية تبعاً:

(36) أجد $\frac{dx}{dy}$.

$$y=x+1x-1 \quad \frac{dy}{dx}=(x-1)(1)-(x+1)(1)(x-1)^2=-2(x-1)^2$$

(37) أعيد كتابة المعادلة بالنسبة إلى المتغير x اقتران بالنسبة إلى y ، ثم أجد $\frac{dx}{dy}$.

$$y=x+1x-1 \rightarrow x+1=y(x-1) \rightarrow x(1-y)=-y-1 \quad \frac{dx}{dy}=-2(y-1)^2$$

(38) أبين أن $\frac{dx}{dy}=\frac{dy}{dx}$

$$\frac{dx}{dy}=-2(y-1)^2=-2(x+1x-1-1)^2=-2(2x-1)^2=-4(x-1)^2$$

$$\frac{dy}{dx}=-2(x-1)^2$$

تبرير: إذا كان $xx^2f(x)=\ln$ ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تبعاً:

(39) أثبت أن $x-5x4f''(x)=6\ln$ مبرراً إجابتي.

$$f(x) = \ln x x^2 \quad f'(x) = x^2(1/x) - (\ln x)(2x) x^4 = 1 - 2 \ln x x^3 \quad f''(x) = x^3(-2/x) - (1 - 2 \ln x)(3x^2) x^6 = -5x^2 + 6x^2 \ln x x^6 = -5 + 6 \ln x x^4$$

(40) أجد قيمة المقدار: $x^4 f''(x) + 4x^3 f'(x) + 2x^2 f(x) + 1$.

$$x^4 f''(x) + 4x^3 f'(x) + 2x^2 f(x) + 1 = x^4 \times -5 + 6 \ln x x^4 + 4x^3 \times 1 - 2 \ln x x^3 + 2x^2 \times \ln x x^2 + 1 = -5 + 6 \ln x + 4 - 8 \ln x + 2 \ln x + 1 = 0$$