

## مهارات التفكير العليا

### مشتقة اقترانات خاصة

(25) تبرير: إذا كان الاقتران  $y = e^x - ax$ ، حيث  $a$  عدد حقيقي، فأجد معادلة المماس عند نقطة تقاطع الاقتران مع المحور  $y$ ، مبررًا إيجابتي.

$$y = e^x - ax$$

$$x = 0 \Rightarrow y = e^0 - a(0) = 1$$

لنقطة تقاطع منحنى الاقتران مع المحور هي:  $(0, 1)$

$$dydx = e^x - a$$

ميل المماس عند هذه النقطة هو:

$$dydx|_{x=0} = e^0 - a = 1 - a$$

معادلة المماس هي:

$$y - 1 = (1 - a)(x - 0) \Rightarrow y = (1 - a)x + 1$$

(26) تحد: أثبت عدم وجود مماس ميله 2 للاقتران:  $y = 2e^x + 3x + 5x^3$ .

$$y' = 2e^x + 3 + 15x^2$$

$$2e^x > 0 \text{ لكل } x$$

$$15x^2 \geq 0 \text{ لكل } x$$

$$x \text{ وبالجمع نجد أنه لكل } 2e^x + 15x^2 > 0$$

$$\text{وبإضافة 3 للطرفين: لكل } x \text{ فإن } 2e^x + 15x^2 + 3 > 3 \text{ أي أن } y' > 3$$

لذا لا يمكن أن تكون قيمة تساوي 2 لأي قيمة حقيقية للمتغير  $x$ .

تبرير: إذا كان الاقتران:  $y = ke^x$ ، حيث:  $k > 0$ ، وكان منحناه يقطع المحور  $y$  عند النقطة  $P$ ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تبعاً:

(27) أجد نقطة تقاطع مماس منحنى الاقتران عند النقطة  $P$  مع المحور  $x$ .

$x$  الإحداثي لنقطة تقاطع المنحنى  $y = ke^x$  مع المحور  $y$  هو  $0$ .

$y = ke^0 = k$  وبالتعويض في معادلة الاقتران نجد أن ، أي أن إحداثي  $P$  هما  $(0, k)$ .

$$dydx = kex \Rightarrow dydxx = 0 = ke0 = k$$

معادلة المماس هي:

$$y - k = k(x - 0) \Rightarrow y = kx + k$$

$x$  ولأيجاد نقطة تقاطعه مع المحور نعوض  $y = 0$

$$0 = kx + k \Rightarrow x = -1$$

$P$  إذن، نقطة تقاطع المماس عند مع المحور  $x$  هي:  $(-1, 0)$ .

(28) إذا كان العمودي على المماس عند النقطة  $P$  يقطع المحور  $x$  عند النقطة  $(100, 0)$ ، فأجد قيمة  $k$ .

$P$  ميل العمودي على المماس عند النقطة هو  $-1/k$

معادلة العمودي على المماس هي:

$$y - k = -1k(x - 0) \Rightarrow y = -1kx + k$$

وبتعويض إحداثي نقطة التقاطع نجد أن:

$$0 = -1k(100) + k \Rightarrow k^2 = 100 \Rightarrow k = \pm 10$$

$k = 10$  فإن ،  $k > 0$  : ولأن

تحد: إذا كان الاقتران  $y = \log x$ ، فأجيب عن السؤالين الآتين تباعاً:

(29) أثبت أن  $dydx = 1/x \ln 10$

$$y = \log x = \log_{10} x = \ln x \ln 10 = 1 \ln 10 \ln x$$

$$dydx = 1 \ln 10 \times 1/x = 1/x \ln 10$$

(30) معتمداً على النتيجة من السؤال السابق، أجد  $dy/dx$  للاقتران:  $y = \log ax^2$ ، حيث  $a$  عدد حقيقي موجب.

$$y = \log ax^2 = \log a + 2 \log x$$

$$dy/dx = 0 + 2 \times 1 \times \ln 10 = 2x \ln 10$$

تبرير: يُمثل الاقتران:  $s(t) = 4 - \sin t$ ،  $t > 0$  موقع جسيم يتحرك في مسار مستقيم، حيث  $s$  الموقع بالأمتار، و  $t$  الزمن بالثواني:  
 (31) أجد سرعة الجسيم وتسارعه بعد 1 ثانية.

$$s(t) = 4 - \sin t$$

$$v(t) = -\cos t$$

$$a(t) = \sin t$$

(32) أجد موقع الجسيم عندما كان في حالة سكون لحظي أول مرة بعد انطلاقه.

$$v(t) = -\cos t = 0 \Rightarrow t = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots$$

$t = \pi/2$  يكون الجسيم في حالة سكون لحظي لأول مرة بعد انطلاقه عندما  $\pi/2$   
 $s(\pi/2)$  ويكون موقعه عندها هو

$$s(\pi/2) = 4 - \sin(\pi/2) = 4 - 1 = 3m$$

(33) أجد موقع الجسيم عندما يكون تسارعه صفراً، مبرراً إجابتي.

$$a(t) = v'(t) = \sin t \Rightarrow a(t) = 0 \Rightarrow \sin t = 0$$

وبتعويض هذه النتيجة في اقتران الموقع نجد أن:

$$s(t) = 4 - \sin t = 4 - 0 = 4$$

$s = 4m$  أي أن الجسيم يكون عند  $s = 4m$  عندما تسارعه صفراً.