

إجابات كتاب التمارين

المعدلات المرتبطة

cm^3/s ملء بالون بالهيليوم بمعدل 8 . أجد معدل تغير نصف قطر البالون في كل من الحالات الآتية:

(1) عندما يكون طول نصف قطره 12 cm .

المعطى: $dV/dt=8$

المطلوب: $dr/dt|_{r=12}$

$$V=4/3\pi r^3 \rightarrow dV/dt=4\pi r^2 dr/dt \rightarrow dV/dt|_{r=12}=576\pi dr/dt|_{r=12}=8 \rightarrow dr/dt|_{r=12}=8/576\pi=1/72\pi \text{ cm/s}$$

(2) عندما يكون حجمه 1435 cm^3 (أقرب إجابتي إلى أقرب جزء من مئة).

المطلوب: $dy/dt|_{V=1435}$

$$r=3\sqrt[3]{4\pi V}=3\sqrt[3]{4\pi(1435)} \rightarrow dr/dt|_{r=3\sqrt[3]{4\pi(1435)}}=1/3 \times 3\sqrt[3]{4\pi(1435)}^{-2} \times 4\pi \times dV/dt|_{V=1435}=1/3 \times 3\sqrt[3]{4\pi(1435)}^{-2} \times 4\pi \times 8=2\pi(43054\pi)^{-2/3} \times 8=2\pi(4\pi(1435))^{-2/3} \times 8 \approx 0.01 \text{ cm/s}$$

حل آخر:

cm^3 عندما يكون الحجم 1435 يكون طول نصف القطر $3\sqrt[3]{4\pi(1435)} \approx 7 \text{ cm}$

نستعمل العلاقة بين المعدلين من السؤال 1 السابق.

$$dV/dt=4\pi r^2 dr/dt \rightarrow dV/dt|_{r=7}=196\pi dr/dt|_{r=7}=8 \rightarrow dr/dt|_{r=7}=8/196\pi \approx 0.01 \text{ cm/s}$$

(3) إذا ملء مدّة 33.5 s .

$$t=33.5 \rightarrow V=8 \times 33.5=268 \text{ cm}^3$$

cm^3 عندما يكون الحجم 268 يكون طول نصف القطر $3\sqrt[3]{4\pi(268)} \approx 4 \text{ cm}$

$$\rightarrow dVdt|_{r=4} = 64\pi drdt|_{r=4} = 8 \rightarrow drdt|_{r=4} = 864\pi = 18\pi \approx 0.04 \text{ cm/s}$$

(4) تمثل المعادلة: $V = IR$ جهد الدارة الكهربائية (بالفولت) المبينة في الشكل المجاور، حيث I شدة التيار بالأمبير، و R المقاومة بالأوم. إذا كان جهد الدارة يزداد بمعدل 1 volt/sec ، وشدة التيار تقل بمعدل 13 amp/sec ، فأوجد معدل تغير R عندما $V = 12$ ، و $I = 2$.

$$V = IR \Rightarrow dVdt = IdRdt + R dIdt$$

$$\text{المعطى: } dVdt = 1, dIdt = -13$$

$$V = 12, I = 2 \text{ المطلوب: } dRdt \text{ عندما}$$

$$V = 12, I = 2 \text{ عندما, فإن } R = 6 \text{ بالتعويض في المعادلة أعلاه ينتج أن:}$$

$$1 = 2dRdt + 6(-13) \rightarrow dRdt = 1.5 \Omega/s$$