أتدرب وأحل المسائل

التوزيع الهندسي

أبين إذا كانت التجربة العشوائية تُمثل تجربة احتمالية هندسية في كل مما يأتي:

(1) عدد الأسئلة التي ستجيب عنها أسماء إجابة صحيحة من بين 25 سـؤالاً من نوع الاختيار من متعدد، لكل منها 5 بدائل، واحد منها فقط صحيح، في حال الإجابة عن الأسئلة جميعها بصورة عشوائية.

نبحث في تحقق الشروط الأربعة:

- الشرط الأول: اشتمال التجربة على محاولات متكررة (تجيب أسماء عن عدة أسئلة) ومستقلة (الإجابة عن سؤال بشكل صحيح أو غير صحيح لا يؤثر في صحة الإجابة عن الأسئلة الأخرى)، إذن الشرط الأول محقق.

- الشرط الثاني : فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى نجاح (الإجابة بشكل صحيح) أو فشل (الإجابة بشكل غير صحيح)، هذا الشرط محقق.

- الشرط الثالث: ثبات احتمال النجاح في كل مرة، وهو 2 .0، هذا شرط محقق.

- الشرط الرابع : التوقف عند أول نجاح، وهو غير محقق، لأن أسماء ستتوقف بعد الإجابة عن الأسئلة جميعها.

إذن، هذه التجربة العشوائية لا تمثل تجربة احتمالية هندسية.

(2) رمى لاعب كرة سلة الكرة نحو الهدف بشكل متكرر، والتوقف عند إحراز الهدف أول مرة، علماً بأن احتمال إحرازه الهدف في كل مرة هو 0.

نبحث في تحقق الشروط الأربعة:

- الشرط الأول: اشتمال التجربة على محاولات متكررة (تم رمي كرة السلة عدة مرات) ومستقلة (إصابة الهدف أو عدمه في كل مرة لا يؤثر في نتيجة إصابته في المرات الأخرى)، إذن الشرط الأول محقق.

- الشرط الثاني: فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى نجاح (إحراز الهدف) أو فشل (عدم إحراز الهدف)، هذا الشرط محقق.

- الشرط الثالث: ثبات احتمال النجاح في كل مرة، وهو 0.3، هذا شرط محقق.

- الشرط الرابع: التوقف عند أول نجاح، وهو محقق، لأن اللاعب سيتوقف بعد إصابته الهدف لأول مرة.

إذن، هذه التجربة العشوائية تمثل تجربة احتمالية هندسية.

إذا كان: $X \sim Geo(0.2)$، فأجد كلاً مما يأتي، مقرباً إجابتي إلى أقرب 3 منازل عشرية:

3) $P(X=2)$

$P(X=2)=(0.2)(1-0.2)2-1=(0.2)(0.8)1\approx 0.16$

4) $P(X\le 3)$

$P(X\le 3)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=(0.2)(0.8)0+(0.2)(0.8)1+(0.2)(0.8)2\approx 0.488$

5) $P(X\ge 3)$

$P(X\ge 3)=1-P(X<3)=1-(P(X=1)+P(X=2))=1-((0.2)(0.8)0+(0.2)(0.8)1)=0.64$

6) $P(3\le X\le 5)$

$P(3\le X\le 5)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)=(0.2)(0.8)2+(0.2)(0.8)3+(0.2)(0.8)4\approx 0.312$

7) $P(X<4)$

$P(X<4)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=(0.2)(0.8)0+(0.2)(0.8)1+(0.2)(0.8)2\approx 0.488$

8) $P(X>4)$

$P(X>4)=1-P(X\le 3)=1-(P(X=1)+P(X=2)+P(X=3))=1-((0.2)(0.8)0+(0.2)(0.8)1+(0.2)(0.8)2)=0.512$

9) $P(1<X<3)$

$P(1<X<3)=P(X=2)=(0.2)(0.8)1=0.16$

$(P(4<X\leq6)$ (10

$P(4<X\leq6)=P(X=5)+P(X=6)=(0.2)(0.8)4+(0.2)(0.8)5\approx0.147$

$(P(X<1)$ (11

$P(X<1)=P(X=0)=0$

(12) ألقي حجر نرد منتظم ذو ثمانية أوجه مرقمة بالأرقام من 1 إلى 8 بشكل متكرر حتى ظهور العدد 7. أجد احتمال إلقاء حجر النرد 6 مرات.

$P(X=6)=(18)(1-18)6-1=(18)(78)5=16807262144$

أجد التوقع لكل من المتغيرات العشوائية الآتية:

$(X\sim Geo(0.3)$ (13

$E(X)=10.3=103\approx3$

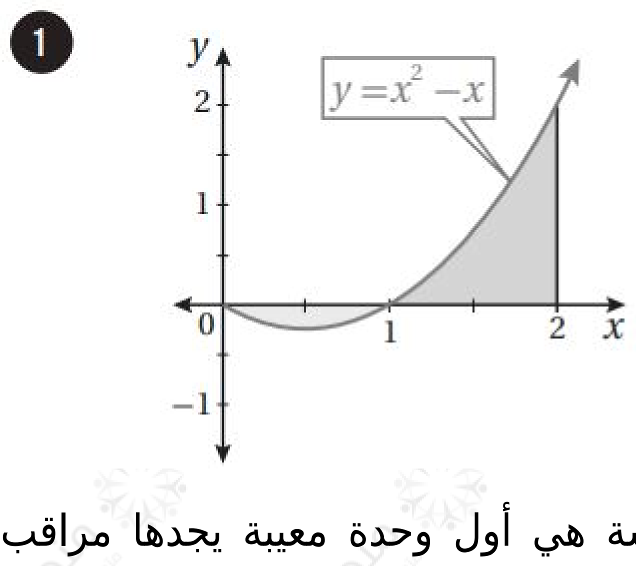
$((37)$ $(14X\sim Geo$

$E(X)=137=73\approx2$

$((0.45)$ $(15X\sim Geo$

$E(X)=10.45=10045\approx2$

صناعة: وجد مصنع لوحدات الإنارة المكتبية أن احتمال أن تكون وحدة الإنارة معيبة هو 0.10. إذا مثّل X عدد وحدات الإنارة التي سيفحصها مراقب الجودة حتى إيجاد أول وحدة إنارة معيبة، فأجد كلاً مما يأتي:



(16) احتمال أن تكون وحدة الإنارة الخامسة هي أول وحدة معيبة يجدها مراقب

الجودة.

$P(X=5)=(0.1)(1-0.1)5-1=(0.1)(0.9)4\approx 0.066$

احتمال أن يجد مراقب الجودة أول وحدة إنارة معيبة بعد فحص 5 وحدات إنارة هو 0.66 تقريباً.

(17) احتمال أن يفحص مراقب الجودة أكثر من 4 وحدات إنارة حتى إيجاد أول وحدة إنارة معيبة.

$P(X>4)=1-P(X\leq 3)=1-(P(X=1)+P(X=2)+P(X=3))=1-((0.1)(0.9)0+(0.1)(0.9)1+(0.1)(0.9)2)=0.729$

احتمال أن يجد مراقب الجودة أكثر من 4 وحدات إنارة حتى إيجاد أول وحدة إنارة معيبة هو 0.729

(18) العدد المتوقع من وحدات الإنارة التي سيفحصها مراقب الجودة حتى إيجاد أول وحدة إنارة معيبة.

$E(X)=10.10=10$

إذن، يُتوقع أن يفحص مراقب الجودة 10 وحدات إنارة حتى يجد أول وحدة إنارة معيبة.

لعبة: اتفقت ليلى وزميلاتها على ألا تشارك أي منهن في لعبة حتى ترمي حجر نرد منتظماً، ويظهر الرقم 6. إذا أرادت ليلى المشاركة في اللعبة، وكان X يمثل عدد مرات رميها حجر النرد حتى ظهور العدد 6، فأجد كلًا مما يأتي:

(19) احتمال أن ترمي ليلى حجر النرد 3 مرات لكي تشارك في اللعبة.

$P(X=3)=(16)(1-16)3-1=(16)(56)2=25216$

(20) احتمال أن ترمي ليلى حجر النرد أكثر من 3 مرات لكي تشارك في اللعبة.

$P(X>3)=1-P(X\leq 3)=1-(P(X=1)+P(X=2)+P(X=3))=1-((16)(56)0+(16)(56)1+(16)(56)2)=125216$