

إجابات كتاب التمارين

التوزيع الهندسي

إذا كان $X \sim \text{Geo}(18)$ ، فأجد كلاً مما يأتي، مقرباً إجابتي إلى أقرب 3 منازل عشرية:

(1) $P(X=4)$

$$P(X=4) = 18(78)^3 = 3434096 \approx 0.084$$

(2) $P(X \leq 4)$

$$P(X \leq 4) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = 18(78)^3 + 18(78)^2 + 18(78) + 18(78)^0 \approx 0.414$$

(3) $P(X \geq 2)$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X=1) = 1 - 18(78)^0 = 1 - 18 = 78$$

(4) $P(3 \leq X < 5)$

$$P(3 \leq X < 5) = P(X=3) + P(X=4) = 18(78)^2 + 18(78)^3 \approx 0.179$$

(5) $P(X < 2)$

$$P(X < 2) = P(X=1) = 18 = 0.125$$

(6) $P(X > 5)$

$$P(X > 5) = 1 - P(X \leq 4) \approx 1 - 0.414 = 0.586$$

(7) $P(1 < X < 3)$

$$P(1 < X < 3) = P(X=2) = 18(78)^1 = 764 \approx 0.109$$

(8) $P(4 < X \leq 6)$

$$P(4 < X \leq 6) = P(X=5) + P(X=6) = 18(78)^4 + 18(78)^5 \approx 0.137$$

(9) $P(2 < X \leq 4)$

$$P(2 < X \leq 4) = P(X=3) + P(X=4) = 18(78)^2 + 18(78)^3 \approx 0.179$$

أجد التوقع لكل من المتغيرات العشوائية الآتية:

$$(X \sim \text{Geo}(0.8)) \quad (10)$$

$$E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

$$(X \sim \text{Geo}(0.1)) \quad (11)$$

$$E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.1} = 10$$

$$(X \sim \text{Geo}(0.75)) \quad (12)$$

$$E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.75} = 1.33$$

أطلق عماد رصاصة نحو هدف بصورة متكررة، ثم توقف عند إصابته الهدف أول مرة. إذا كان احتمال إصابته الهدف في كل مرة هو 0.7، فأجد كلاً مما يأتي:

(13) احتمال أن يصيب الهدف أول مرة في المحاولة العاشرة.

$$P(X=10) = (0.7)^9 (0.3) \approx 0.00001$$

(14) احتمال أن يطلق رصاصتين على الأقل حتى يصيب الهدف أول مرة.

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X=1) = 1 - 0.7 = 0.3$$

(15) العدد المتوقع من الرصاصات التي سيطلقها عماد حتى يصيب الهدف أول مرة.

$$E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.7} \approx 1.4$$

دورت هديل مؤشر قرص بشكل متكرر، وكان القرص مقسماً إلى 4 قطاعات متطابقة وملونة بالأحمر، والأخضر، والأزرق، والأصفر. إذا دلّ المتغير العشوائي X على عدد مرات تدوير مؤشر القرص حتى توقفه عند اللون الأصفر أول مرة، فأجد كلاً مما يأتي:

(16) احتمال أن تكون المرة الثالثة هي أول مرة يتوقف فيها مؤشر القرص عند اللون الأصفر.

$$P(X=3) = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{64} \approx 0.14$$

(17) احتمال أن تدور هديل مؤشر القرص أكثر من 4 مرات حتى يتوقف المؤشر عند اللون الأصفر أول مرة.

$$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - (P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)) = 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \left(\frac{3}{4}\right) + \frac{9}{64} + \frac{27}{256}\right) = 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} + \frac{27}{256}\right) = 1 - \left(\frac{64}{256} + \frac{48}{256} + \frac{36}{256} + \frac{27}{256}\right) = 1 - \frac{175}{256} = \frac{81}{256} \approx 0.32$$

إذا كان X متغيراً عشوائياً هندسياً، وكان التوقع $E(X) = 2$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

(18) $P(X=1)$

$$E(X) = 2 \Rightarrow \frac{1}{p} = 2 \Rightarrow p = \frac{1}{2} \Rightarrow P(X=1) = \frac{1}{2}$$

(19) $P(X > 3)$

$$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - (P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)) = 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = 1 - \left(\frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8}\right) = 1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8} = 0.125$$