إجابات كتاب التمارين

التكامل بالتعويض

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

(xx2+3dx (1∫

xx2+3dxu=x2+3⇒dudx=2x⇒dx=du2x∫xx2+3dx=∫xu12du2x=∫12∫
12u12du=13u32+C=13(x2+3)3+C

(x4ex5+2dx (2∫

x4ex5+2dxu=x5+2⇒dudx=5x4⇒dx=du5x4∫x4ex5+2dx=∫x4eudu∫
5x4=∫015eudu=15eu+C=15ex5+2+C

(x+1)(x2+2x+5)4dx (3)∫

x+1)(x2+2x+5)4dxu=x2+2x+5⇒dudx=2x+2⇒dx=du2x+2∫(x+1))∫
(x2+2x+5)4dx=∫(x+1)u4du2x+2=∫12u4du=110u5+C=110(x2+2x
+5)5+C

(x)3xdx (4ln)∫

x)3xdx=∫u3xxdu=∫0u3du=x⇒dudx=1x⇒dx=xdu∫(lnx)3xdxu=lnln)∫
x)4+C14u4+C=14(ln

(xdx (5xsin4cos∫

xuxdx=∫cosxsin4x∫cosx⇒dx=ducosx⇒dudx=cosxdxu=sinxsin4cos∫
x)−3+Cx=∫u−4du=−13u−3+C=−13(sin4ducos

(xdx (6x1+3cossin∫

x1+3x∫sinx⇒dx=du−3sinx⇒dudx=−3sinxdxu=1+3cosx1+3cossin∫
xx=∫−13u12du=−29u32+C=−29(1+3cosxu12du−3sinxdx=∫sincos
)3+C

أجد قيمة كل من التكاملات الآتية:

(12x2(x3+1)2dx (7∫

12x2(x3+1)2dxu=x3+1⇒dudx=3x2⇒dx=du3x2x=2⇒u=9x=1⇒u=∫2∫12x2(x3+1)2dx=∫29x2u2du3x2=∫2913u−2du=−13u|29=−127+16=21162

(01x3x2+2dx (8∫

01x3x2+2dxu=3x2+2⇒dudx=6x⇒dx=du6xx=1⇒u=5x=0⇒u=2∫01∫x3x2+2dx=∫25xu12du6x=∫2516u12du=19u32|25=19125−198

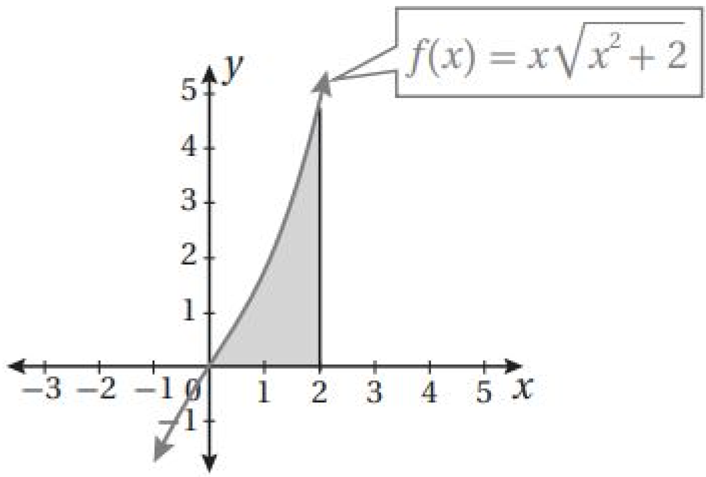
(x)2xdx (9ee2(ln∫

x⇒dudx=1x⇒dx=xdux=e⇒u=1x=e2⇒u=2∫ee2(lx)2xdxu=lnee2(ln∫x)2xdx=∫12u2xxdu=∫12u2du=13u3|12=83−13=73n

(x+1)(x2+2x)5dx (10)01∫

x+1)(x2+2x)5dxu=x2+2x⇒dudx=2x+2⇒dx=du2x+2x=1⇒u=3)01∫x=0⇒u=0∫01(x+1)(x2+2x)5dx=∫03(x+1)u5du2x+2=∫0312u5du=112u6|03=72912

(11) أجد مساحة المنطقة المظللة في التمثيل البياني المجاور.



A=∫02xx2+2dxu=x2+2⇒dudx=2x⇒dx=du2xx=2⇒u=6x=0⇒u=2∫02xx2+2dx=∫26xu12du2x=∫2612u12du=13u32|26=13216−138

(12) الإيراد الحدي: يمثل الاقتران: R′(x)=50+3.5xe−0.1x2 الإيراد الحدي (بالدينار) لكل قطعة تباع من إنتاج إحدى الشركات، حيث xعدد القطع المبيعة، وR(x) إيراد بيع x قطعة بالدينار. أجد اقتران الإيراد R(x)، علماً بأن R(0)=0.

R(x)=∫(50+3.5xe−0.1x2)dx=∫50dx+∫3.5xe−0.1x2dx=50x+∫3.5xe−0.1x2dxu=−0.1x2⇒dudx=−0.2x⇒dx=du−0.2x∫(50+3.5xe−0.1x2)dx=50x+∫3.5xeudu−0.2x=50x+∫−17.5eudu=50x−17.5e−0.1x2+CR(0)=0⇒0−17.5+C=0⇒C=17.5

يمثل الاقتران f′(x) في كل مما يأتي ميل المماس لمنحنى الاقتران f(x) المار بالنقطة المعطاة، أستعمل المعلومات المعطاة لإيجاد قاعدة الاقتران f(x):

(13 f′(x)=2x(4x2−10)2;(2,10))

f(x)=∫2x(4x2−10)2dxu=4x2−10⇒dudx=8x⇒dx=du8x∫2x(4x2−10)2dx=∫2xu2du8x=∫14u2du=112u3+Cf(2)=10⇒18+C=10⇒C=−8⇒f(x)=112(4x2−10)3−8

(14 f′(x)=x2e−0.2x3,(0,32))

f(x)=∫x2e−0.2x3dxu=−0.2x3⇒dudx=−0.6x2⇒dx=du−0.6x2∫x2e−0.2x3dx=∫x2eudu−0.6x2=∫eudu−0.6⇒f(x)=−53e−0.2x3+Cf(0)=32⇒−53eudu=−53e−0.2x3+C⇒f(x)=−53e−0.2x3+196

(15) يتحرك جسيم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران: v(t)=tt2+1، حيث t الزمن بالثواني، وv سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا بدأ الجسيم حركته من نقطة الأصل، فأجد موقعه بعد t ثانية من بدء الحركة.

s(t)=∫tt2+1dtu=t2+1⇒dudt=2t⇒dt=du2t∫tt2+1dt=∫u−12du2t=∫12u−12du=u12+C=t2+1+Cs(t)=t2+1+Cs(0)=0⇒1+C=0⇒C=−1s(t)=t2+1−1