

أتحقق من فهمي

التكامل بالتعويض

التكامل بالتعويض للتكاملات غير المحدودة

أتحقق من فهمي صفحة (58):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int (6x^2(2x^3-3))^4 dx \quad (a)$$

$$\begin{aligned} 6x^2(2x^3-3)^4 dx &= 2x^3-3 \Rightarrow du dx = 6x^2 \Rightarrow dx = \frac{du}{6x^2} \\ \int (6x^2(2x^3-3))^4 dx &= \int 6x^2 u^4 \times \frac{du}{6x^2} = \int u^4 du = \frac{1}{5} u^5 + C = \frac{1}{5} (2x^3-3)^5 + C \end{aligned}$$

$$\int (x e^{x^2+1}) dx \quad (b)$$

$$\begin{aligned} x e^{x^2+1} dx &= x^2+1 \Rightarrow du dx = 2x \Rightarrow dx = \frac{du}{2x} \\ \int x e^{x^2+1} dx &= \int \frac{x e^u}{2x} du = \frac{1}{2} \int e^u du = \frac{1}{2} e^u + C = \frac{1}{2} e^{x^2+1} + C \end{aligned}$$

$$\int (4x+8)^2 x^2 + 8x dx \quad (c)$$

$$\begin{aligned} (4x+8)^2 x^2 + 8x dx &= 2x^2+8x \Rightarrow du dx = 4x+8 \Rightarrow dx = \frac{du}{4x+8} \\ \int (4x+8)^2 x^2 + 8x dx &= \int 1 u^2 du = \frac{1}{3} u^3 + C = \frac{1}{3} (2x^2+8x)^3 + C \end{aligned}$$

$$\int (x e^{x^2+1}) dx \quad (d)$$

$$\begin{aligned} x^2 dx &= \int u^2 x \times x du = \int u^2 du = \frac{1}{3} u^3 + C = \frac{1}{3} (\ln x)^3 + C \\ \int (x e^{x^2+1}) dx &= \frac{1}{3} (\ln x)^3 + C \end{aligned}$$

$$\int (x^4-5)^3 dx \quad (e)$$

$$\begin{aligned} (x^4-5)^3 dx &= (x^4-5) du = x^4-5 \Rightarrow du dx = 4x^3 \Rightarrow dx = \frac{du}{4x^3} \\ \int (x^4-5)^3 dx &= \int \frac{(x^4-5)^3}{4x^3} dx = \frac{1}{4} \int (x^4-5)^3 du = \frac{1}{4} \int (u-5)^3 du \\ &= \frac{1}{4} \left[\frac{u^4}{4} - \frac{15u^3}{3} + \frac{75u^2}{2} - \frac{375u}{1} + C \right] = \frac{1}{16} (u-5)^4 + C \\ &= \frac{1}{16} (x^4-5)^4 + C \end{aligned}$$

$$\int x dx \quad (f)$$

$$\begin{aligned} x dx &= \int 4x^4 \sin x \cos^4 x dx \Rightarrow dx = du - \sin x \Rightarrow du dx = -\sin x \\ \int x dx &= \int -u^4 du = -\frac{1}{5} u^5 + C = -\frac{1}{5} \cos^5 x + C \end{aligned}$$

أتحقق من فهمي صفحة (60):

تجارة: يمثل الاقتران $p(x)$ سعر القطعة الواحدة (بالدينار) من منتج معين، حيث x عدد القطع المباعة (بالمئات) من المنتج، إذا كان $p'(x) = -300x(36+x^2)^3$ هو معدل التغير في سعر القطعة الواحدة من المنتج، فأجد $p(x)$ ، علماً بأن سعر القطعة الواحدة JD75 عندما يكون عدد القطع المباعة 800 قطعة.

أولاً نجد تكامل الاقتران:

$$P(x) = \int -300x(36+x^2)^3 dx \quad u = 36+x^2 \Rightarrow du = 2x dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2x}$$

$$P(x) = \int -300x(36+x^2)^3 \frac{du}{2x} = -150 \int u^3 du = -150 \left(\frac{u^4}{4} \right) + C = -37.5u^4 + C$$

$$= -37.5(36+x^2)^4 + C$$

بما أن سعر القطعة الواحدة هو 75 ديناراً عندما يكون عدد القطع المباعة 800 قطعة، إذن $P(8) = 75$ ومنه:

$$P(x) = -37.5(36+x^2)^4 + C$$

$$P(8) = -37.5(36+64)^4 + C = 75$$

$$-37.5(100)^4 + C = 75$$

$$C = 75 + 37.5(100)^4$$

$$P(x) = -37.5(36+x^2)^4 + 75 + 37.5(100)^4$$

التكامل بالتعويض للتكاملات المحدودة

أتحقق من فهمي صفحة (62):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int_0^1 x^2(x^3-1)^4 dx \quad (a)$$

$$\int_0^1 x^2(x^3-1)^4 dx \quad u = x^3-1 \Rightarrow du = 3x^2 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{3x^2}$$

$$\int_0^1 x^2(x^3-1)^4 \frac{du}{3x^2} = \frac{1}{3} \int_{-1}^0 u^4 du = \frac{1}{3} \left(\frac{u^5}{5} \right) \Big|_{-1}^0 = \frac{1}{3} \left(\frac{0^5}{5} - \frac{(-1)^5}{5} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{0}{5} + \frac{1}{5} \right) = \frac{1}{15}$$

$$\int_{10}^0 x^3(2-x^4)^7 dx \quad (b)$$

$$\int_{10}^0 x^3(2-x^4)^7 dx \quad u = 2-x^4 \Rightarrow du = -4x^3 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{-4x^3}$$

$$\int_{10}^0 x^3(2-x^4)^7 \frac{du}{-4x^3} = -\frac{1}{4} \int_{10}^0 u^7 du = -\frac{1}{4} \left(\frac{u^8}{8} \right) \Big|_{10}^0 = -\frac{1}{32} \left(\frac{0^8}{8} - \frac{10^8}{8} \right) = \frac{10^8}{32}$$

2

$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C \Rightarrow u = \ln|x| \Rightarrow \frac{du}{dx} = \frac{1}{x} \Rightarrow dx = x du = e^u du \Rightarrow u = \ln|x| \Rightarrow \int \frac{1}{x} dx = \int 1 du = u + C = \ln|x| + C$