



أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int x dx \quad \int (ax^2 \sin f$$

$$\begin{aligned} x dx - \int -2x \cos x dx &= -x^2 \cos x + \int x^2 \sin x dx \quad u = 2x \quad dv = -\cos u = x^2 \quad dv = \sin \\ x \int x^2 \sin x dx \quad du &= 2 dx \quad v = \sin x \quad dx \quad u = 2x \quad dv = \cos x + \int 2x \cos x dx = -x^2 \cos x + \int x^2 \sin \\ x + Cx + 2 \cos x + 2x \sin x dx &= -x^2 \cos x - \int 2 \sin x + 2x \sin x dx = -x^2 \cos x \end{aligned}$$

$$\int x^3 e^{4x} dx \quad \int (b f$$

$$\begin{aligned} u = x^3 \quad dv = e^{4x} \quad dx \quad du &= 3x^2 \quad dx \quad v = \frac{1}{4} e^{4x} \quad \int x^3 e^{4x} dx = \frac{1}{4} x^3 e^{4x} - \int \frac{3}{4} x^2 e^{4x} \\ x u = \frac{3}{4} x^2 \quad dv = e^{4x} \quad dx \quad du &= 3x \quad dx \quad v = \frac{1}{4} e^{4x} \quad \int x^3 e^{4x} dx = \frac{1}{4} x^3 e^{4x} - \frac{3}{16} x^2 e^{4x} \\ 4x + \int \frac{3}{8} x e^{4x} dx \quad u = 3x \quad dv = e^{4x} \quad dx \quad du &= 3 \quad dx \quad v = \frac{1}{4} e^{4x} \quad \int x^3 e^{4x} dx = \frac{1}{4} x^3 e^{4x} \\ 4x - \frac{3}{16} x^2 e^{4x} + \frac{3}{32} x e^{4x} - \int \frac{3}{32} e^{4x} dx &= \frac{1}{4} x^3 e^{4x} - \frac{3}{16} x^2 e^{4x} + \frac{3}{32} x e^{4x} \\ x - \frac{3}{128} e^{4x} + C \end{aligned}$$

## التكاملات الدورية

أتحقق من فهمي صفحة (66):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int x e^x dx \quad \int (a \sin f$$

$$\begin{aligned} x e^x dx \quad v = -e^{-x} \quad \int \sin x dv &= e^{-x} dx \quad du = \cos x e^{-x} dx \quad u = \sin x e^x dx = \int \sin x \sin f \\ x dx e^{-x} + \int e^{-x} \cos x e^{-x} dx &= -\sin x dx \quad \int \sin x e^{-x} - \int -e^{-x} \cos - x dx = -\sin \\ x e^{-x} + e^{-x} e^{-x} dx &= -\sin x dx \quad v = -e^{-x} \quad \int \sin x dv = e^{-x} dx \quad du = -\sin x u = \cos \\ x e^{-x} dx + C \int \sin x + \cos x e^{-x} dx &= e^{-x} (-\sin x dx \Rightarrow 2 \int \sin x - \int e^{-x} \sin x \cos \\ x) + Cx + \cos = \frac{1}{3} e^{-x} (-\sin \end{aligned}$$

$$\int x dx \quad \int (b \sec^3 f$$

$$\begin{aligned} x - \int \sec^2 x dx = \sec x \int \sec^3 x dx \quad v &= \tan x \quad \tan x dx \quad du = \sec x dv = \sec^2 u = \sec \\ x dx + \int \sec x - \int \sec^3 x \tan x - 1 dx &= \sec x (\sec^2 x - \int \sec x \tan x dx = \sec x \tan^2 c \\ x) \sec x + \tan x (\sec x + \int \sec x \tan x dx &= \sec x + \int \sec x \tan x dx = \sec x dx^2 \int \sec^3 c \end{aligned}$$

$$x + \ln x \tan x dx = \sec x + \tan x \sec x \tan x + \sec x + \int \sec^2 x \tan x dx = \sec x + \tan x \sec x + C$$

تكرار التكامل بالأجزاء باستعمال طريقة الجدول

أتحقق من فهمي صفحة (67):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (4x dx) \cos f$$

نفرض أن:  $f(x) = x^4, g(x) = \cos$ ، استخدم طريقة الجدول للتكامل بالأجزاء:

$f(x)$  ومشتقاته المتكررة

$g(x)$  وتكاملاته المتكررة

$x^4$	+	$\cos 4x$
$4x^3$	-	$\frac{1}{4} \sin 4x$
$12x^2$	+	$-\frac{1}{16} \cos 4x$
$24x$	-	$-\frac{1}{64} \sin 4x$
$24$	+	$\frac{1}{256} \cos 4x$
$0$	-	$\frac{1}{1024} \sin 4x$

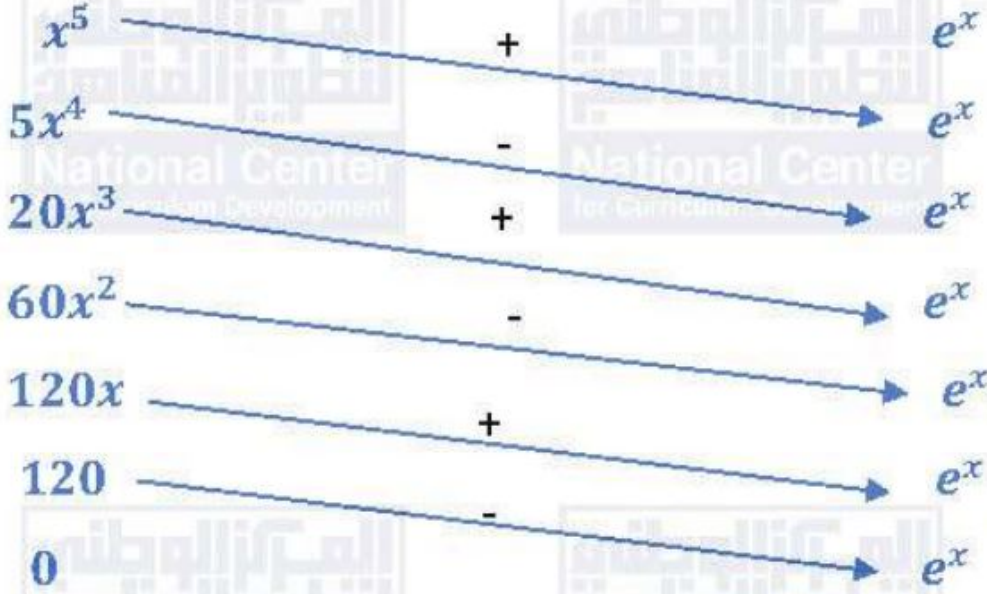
$$\int (4x^4 + 3124x - 332x \cos 4x - 316x^2 \sin 4x + 14x^3 \cos 4x) dx = 14x^4 \sin 4x \cos f$$

$$\int (x^5 e^x dx) \quad (b)$$

نفرض أن:  $f(x) = x^5, g(x) = e^x$ ، استخدم طريقة الجدول للتكامل بالأجزاء:

$f(x)$  ومشتقاته المتكررة

$g(x)$  وتكاملاته المتكررة



$$\int x^5 e^x dx = e^x(x^5 - 5x^4 + 20x^3 - 60x^2 + 120x - 120) + C$$

أتحقق من فهمي صفحة (68):

التكلفة الحدية: يمثل الاقتران:  $C'(x) = (0.1x + 1)e^{0.03x}$  التكلفة الحدية لكل قطعة (بالدينار) تنتج في إحدى الشركات، حيث  $x$  عدد القطع المنتجة، و  $C(x)$  تكلفة إنتاج  $x$  قطعة بالدينار. أجد اقتران التكلفة  $C(x)$ ، علماً بأن  $C(10) = 200$ .

$$\begin{aligned} C(x) &= \int (0.1x + 1)e^{0.03x} dx \\ u &= 0.1x + 1 \quad dv = e^{0.03x} \\ du &= 0.1 dx \quad v = \frac{1}{0.03} e^{0.03x} = 10.03 e^{0.03x} \\ C(x) &= (0.1x + 1)(10.03 e^{0.03x}) - \int 0.1 \cdot 10.03 e^{0.03x} dx \\ C(x) &= 10.03(x + 10)e^{0.03x} - 1000.9 e^{0.03x} + C \\ C(10) &= 200 \Rightarrow 10.03(20)e^{0.3} - 1000.9 e^{0.3} + C = 200 \\ C &\approx 260 \Rightarrow C(x) = 10.03e^{0.03x}(x - 70.3) + 260 \end{aligned}$$

التكامل بالأجزاء لتكاملات محدودة

أتحقق من فهمي صفحة (70):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int x^2 dx \quad \int a^x dx$$



$$= 12 \int y^2 e^y dy = y^2 dv = e^y dy du = 2y dy v = e^y \int y^2 e^y dy = y^2 e^y - \int 2y e^y dy = y^2 e^y - 2y e^y + \int 2e^y dy = y^2 e^y - 2y e^y + 2e^y = (y^2 - 2y + 2)e^y \int x^5 dx = (12x^4 - x^2 + 1)e^{x^2} + C$$