

أدرب وأحل المسائل

التكامل بالأجزاء

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int (x \cos(x+1)) dx$$

$$u = x+1 \quad dv = \cos x \quad du = dx \quad v = \sin x$$

$$\int (x+1) \cos x dx = \int (x+1) \sin x dx = x \sin x + \cos x + C$$

$$\int x e^{2x} dx$$

$$u = x \quad dv = e^{2x} \quad du = dx \quad v = \frac{1}{2} e^{2x}$$

$$\int x e^{2x} dx = \frac{1}{2} x e^{2x} - \int \frac{1}{2} e^{2x} dx = \frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + C$$

$$\int (2x^2 - 1) e^{-x} dx$$

$$u = 2x^2 - 1 \quad dv = e^{-x} \quad du = 4x dx \quad v = -e^{-x}$$

$$\int (2x^2 - 1) e^{-x} dx = -e^{-x} \int (2x^2 - 1) dx = -e^{-x} (2x^3 - x) + C = -e^{-x} (2x^2 + 4x + 3) + C$$

$$\int x \ln x dx$$

$$u = \ln x \quad dv = x \quad du = \frac{1}{x} dx \quad v = \frac{1}{2} x^2$$

$$\int x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \int \frac{1}{2} x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$$

$$\int 5x \cos x \sin x dx$$

$$u = 2x \quad dv = \cos x \sin x \quad du = 2 dx \quad v = \frac{1}{2} \sin^2 x$$

$$\int 5x \cos x \sin x dx = \frac{5}{2} \int 2x \cos x \sin x dx = \frac{5}{2} \int \sin^2 x dx = \frac{5}{2} \int \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{5}{4} (x - \frac{1}{2} \sin 2x) + C$$

$$\int 6x \tan x \sec x dx$$

$$u = x \quad dv = \tan x \sec x \quad du = dx \quad v = \sec x$$

$$\int 6x \tan x \sec x dx = 6x \sec x - \int \sec x dx = 6x \sec x - \ln |\sec x + \tan x| + C$$

$$\int (x \sin^2 x) dx$$

$$x \sin^2 x = -x \int x \csc^2 x dx \quad u = dx \quad v = -\cot x \quad du = dx \quad dv = \csc^2 x dx = \int x \csc^2 x \sin^2 x | + C | \sin x + \ln x dx = -x \cot x \sin x + \int \cos x dx = -x \cot x + \int \cot x \cot$$

$$\int (x^3 \ln x) dx$$

$$x - \int -12x dx = -12x - 2 \ln x \quad dv = x - 3 \quad du = 1 \quad dx \quad v = -12x - 2 \int x - 3 \ln u = \ln x^2 x^2 - 14x - 2 + C = -\ln x + \int 12x - 3 dx = -12x - 2 \ln x - 21x dx = -12x - 2 \ln -14x^2 + C$$

$$\int (x^2 \tan^2 x \sec^2 x) dx$$

$$x^2 dx du = 4x dx v = 12 \tan^2 x \tan u = 2x^2 dv = \sec^2$$

ملاحظة: لإيجاد v استخدمنا طريقة التعويض، حيث: $\tan^2 x = \sec^2 x - 1$ ، ومنه: $dx = dy \sec^2 y = \tan$

$$x^2 \int 2x^2 \sec^2 x = \int y dy = 12y^2 = 12 \tan^2 x y dy \sec^2 x dx = \int \sec^2 x \tan^2 x = \int \sec^2 x (\sec^2 x - 1) dx = \int \sec^4 x dx - \int \sec^2 x dx = \int 2x^2 \tan^2 x dx = 2x^2 (12 \tan^2 x \tan x - x) - \int 2(\tan x - (2x(\tan x dx = x^2 \tan^2 x \tan x - x \int 2x^2 \sec^2 du = 2 dx v = \tan x x - 2x \tan x - x) dx = x^2 \tan^2 x \cos x + 2x^2 + 2 \int (\sin x - 2x \tan - x) dx = x^2 \tan^2 x | + C | \cos x + x^2 - 2 \ln x - 2x \tan x | - x^2 + C = x^2 \tan^2 | \cos + 2x^2 - 2 \ln$$

$$\int (x-2)^8 dx \quad (10)$$

هذه المسألة يمكن حلها بالتعويض، حيث: $u = 8 - x$ أو $u = 8 - x$

وحلها بالأجزاء كالآتي:

$$u = x - 2 \quad dv = (8 - x)^{12} \quad dx \quad du = dx \quad v = -\frac{1}{23} (8 - x)^{13} \quad \int (x - 2)^8 dx = (x - 2)^9 \times -\frac{1}{23} (8 - x)^{13} - \int -\frac{1}{23} (8 - x)^{13} dx = -\frac{1}{23} (x - 2)^9 (8 - x)^{13} - \frac{1}{23} (8 - x)^{14} + C$$

$$\int (2x^3 \cos x) dx$$

بالأجزاء 3 مرات، لنستخدم طريقة الجدول:

$f(x)$ ومشتقاته المتكررة

$g(x)$ وتكاملاته المتكررة

x^3	+	$\cos 2x$
$3x^2$	-	$\frac{1}{2} \sin 2x$
$6x$	+	$-\frac{1}{4} \cos 2x$
6	-	$-\frac{1}{8} \sin 2x$
0		$\frac{1}{16} \cos 2x$

$$2x + C \int 2x - 38 \cos 2x - 34x \sin 2x + 34x^2 \cos 2x dx = 12x^3 \sin x - 3 \cos x$$

$$\int x^6 dx = \frac{1}{7} x^7 + C$$

$$\int x^6 - x dx = \frac{1}{7} x^7 - \frac{1}{2} x^2 + C$$

$$\int 2x dx = x^2 + C$$

$$\int 2x dx = -12e^{-x} \cos 2x - 14e^{-x} \sin 2x + C$$

$$\int x dx = \frac{1}{2} x^2 + C$$

$$\int x \sin x \ln x dx = -\frac{1}{2} \sin x \ln x + \frac{1}{2} \cos x + C$$

$$\int (1+e^x) dx = e^x + x + C$$

$$\int (1+e^x)(1+e^x) dx = \frac{1}{2} (1+e^x)^2 + C$$

$$(1+e^{-x})+C(1+e^x)-e^x-\ln e^{-x}e^{-x+1}dx=e^x \ln$$

أجد قيمة كل من التكاملات الآتية:

$$\int_0^{\pi/2} (160\pi/2e^x \cos x) dx$$

$$\int_0^{\pi/2} (160\pi/2e^x \cos x) dx = 12e^x(\sin x) + C \Rightarrow \int_0^{\pi/2} 2e^x \cos x + \cos x dx = 12e^x(\sin x \cos x) \int_0^{\pi/2} 2e^x \cos x + \cos x dx = 12e^{\pi/2} - 12e^0 = 12e^{\pi/2} - 12$$

$$\int_1^2 (171e \ln x) dx$$

$$\int_1^2 (171e \ln x) dx = 2x \ln x dv = dx du = 2x dx v = x \int_1^2 1e^2 \ln x dx u = 2 \ln x^2 dx = \int_1^2 1e^2 \ln 1e \ln x dx = 2e - 0 - 2e + 2 = 2e - 2 \ln x |_{1e}^{-2x} |_{1e} = 2e \ln e - \int_1^2 1e^2 dx = 2x \ln$$

$$\int_1^2 (1812 \ln x) dx$$

$$\int_1^2 (1812 \ln x) dx = \int_1^2 12x dx x + x dx = \int_1^2 12 \ln e^x dx = \int_1^2 (12 \ln x + \ln(xe^x)) dx = \int_1^2 (12 \ln x + 1) dx = 12 \ln 2 - 12 \ln 1 + 2 - 1 = 12 \ln 2 + 1$$

نجد بطريقة $\int_1^2 12 \ln x dx$ الأجزاء:

$$\int_1^2 12 \ln x dx = x \ln x dx = x \ln x dv = dx du = 1x dx v = x \int_1^2 12 \ln u = \ln(xe^x) dx = 2 - 1 \int_1^2 12x dx = 12x^2 |_{1e}^{2e} = 42 - 12 = 32 \Rightarrow \int_1^2 12 \ln 1 - 2 + 1 = 2 \ln 2 - \ln 2 \ln 2 + 12^2 - 1 + 32 = 2 \ln 2 = 2 \ln$$

$$\int_0^{\pi/4} (19\pi/12\pi/9x \sec^2 x) dx$$

$$\int_0^{\pi/4} (19\pi/12\pi/9x \sec^2 x) dx = 13x \tan 3x \int_{\pi/12}^{\pi/9} 12\pi/9x \sec^2 3x dx du = dx v = 13 \tan u = x dv = \sec^2 3x dx = 3x \cos 3x |_{\pi/12}^{\pi/9} - \int_{\pi/12}^{\pi/9} 12\pi/9 13 \sin 3x dx = 13x \tan 2\pi/9 - \int_{\pi/12}^{\pi/9} 12\pi/9 13 \tan \pi \cos \pi/4 + 19 \ln \pi^3 - \pi^3/36 \tan 3x |_{\pi/12}^{\pi/9} = \pi^2/27 \tan \cos 3x |_{\pi/12}^{\pi/9} + 19 \ln 13x \tan 12/12 - 19 \ln \pi/4 = \pi^2/27 - \pi^3/36 + 19 \ln \cos 3 - 19 \ln$$

$$\int_1^2 (201e x^4 \ln x) dx$$

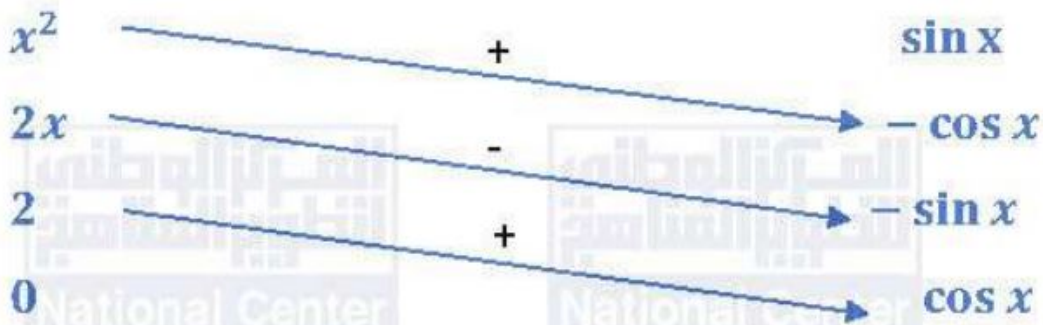
$$\int_1^2 (201e x^4 \ln x) dx = 15x^5 \ln x dv = x^4 dx du = dx v = 15x^5 \int_1^2 1e x^4 \ln u = \ln x |_{1e}^{-125x^5} |_{1e} = 15e^5 - 0 - 125e^5 + 125 = 4e^5 + 125 = 15x^5 \ln$$

$$\int_0^{\pi/2} (210\pi/2x^2 \sin x) dx$$

نجد $\int_0^{\pi/2} x^2 \sin x dx$ باستخدام طريقة الجدول:

$f(x)$ ومشتقاته المتكررة

$g(x)$ وتكاملاته المتكررة



$$\int_0^{\pi/2} (x^2 + 2x + 2) \sin x \, dx = -x^2 \cos x - 2x \sin x + 2 \cos x \Big|_0^{\pi/2} = \pi - 2x + 2 \cos x \sin$$

$$\int_0^1 x(e^{-2x} + e^{-x}) \, dx \quad (22)$$

$$u = x \, dv = (e^{-2x} + e^{-x}) \, dx \quad du = dx \quad v = -\frac{1}{2}e^{-2x} - e^{-x}$$

$$\int_0^1 x(e^{-2x} + e^{-x}) \, dx = -\frac{1}{2}xe^{-2x} - xe^{-x} \Big|_0^1 - \int_0^1 (-\frac{1}{2}e^{-2x} - e^{-x}) \, dx = -\frac{1}{2}e^{-2} - e^{-1} + \frac{1}{4}e^{-2} + e^{-1} + \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}e^{-2} - \frac{1}{4}e^{-1} + \frac{5}{4}$$

$$\int_0^1 x e^x (1+x)^2 \, dx \quad (23)$$

$$u = x e^x \, dv = (1+x)^2 \, dx \quad du = (x e^x + e^x) \, dx = e^x (x+1) \, dx \quad v = -\frac{1}{3}(1+x)^3$$

$$\int_0^1 x e^x (1+x)^2 \, dx = -\frac{1}{3}x e^x (1+x)^3 - \int_0^1 e^x (x+1) (-\frac{1}{3}(1+x)^3) \, dx = -\frac{1}{3}e^2 + \frac{1}{3}e = \frac{1}{3}(e^2 - e)$$

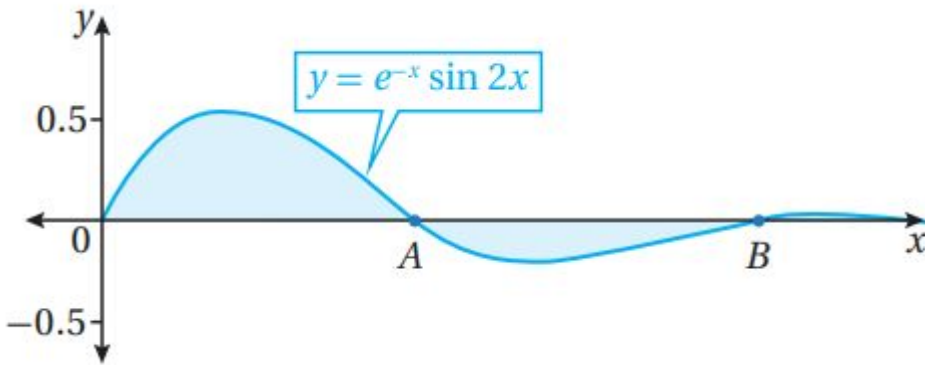
$$\int_0^1 x^3 \ln 3 \, dx \quad (24)$$

$$3 \, dx = x^3 \ln 3 \quad \int_0^1 x^3 \ln 3 \, dx = x^3 \ln 3 - \int_0^1 3x^2 \ln 3 \, dx = x^3 \ln 3 - 3 \int_0^1 x^2 \ln 3 \, dx = x^3 \ln 3 - 3(x^2 \ln 3 - \int_0^1 2x \ln 3 \, dx) = x^3 \ln 3 - 3x^2 \ln 3 + 6 \int_0^1 x \ln 3 \, dx = x^3 \ln 3 - 3x^2 \ln 3 + 3x^2 \ln 3 - 6 \int_0^1 \ln 3 \, dx = x^3 \ln 3 - 3x^2 \ln 3 + 3x^2 \ln 3 - 6 \ln 3 \Big|_0^1 = 3 \ln 3 - 6 \ln 3 = -3 \ln 3$$

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int x^3 e^{x^2} \, dx \quad (25)$$

$$y = x^2 \Rightarrow dx = \frac{dy}{2x} \quad \int x^3 e^{x^2} \, dx = \int x^2 e^y \frac{dy}{2x} = \frac{1}{2} \int x e^y \, dy = \frac{1}{2} \int y e^y \, dy = \frac{1}{2} (y e^y - \int e^y \, dy) = \frac{1}{2} (y e^y - e^y) + C = \frac{1}{2} x^2 e^{x^2} - \frac{1}{2} e^{x^2} + C$$



إذا كان الشكل المجاور
يمثل منحنى الاقتران:
 $f(x) = e^{-x} \sin 2x$
حيث: $x \geq 0$ فأجيب عن
الأسئلة الثلاثة الآتية
تباعاً:

(31) أجد إحداثيي كل من النقطة A، والنقطة B.

الإحداثيان x للنقطتين A و B هما أصغر حلين موجبين للمعادلة:

$$e^{-x} \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = \pi, 2\pi, \dots \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \pi, \dots \Rightarrow A(\frac{\pi}{2}, 0), B(\pi, 0)$$

(32) أجد مساحة المنطقة المظللة.

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x} \sin 2x dx$$

للبسيط سنجد أولاً: $\int e^{-x} \sin 2x dx$ (التكامل غير المحدود)

$$\begin{aligned} \int e^{-x} \sin 2x dx &= -\int 2e^{-x} \cos 2x dx \\ u &= -x \quad v = \sin 2x \\ du &= -dx \quad dv = 2 \cos 2x \\ \int e^{-x} \sin 2x dx &= -\int 2e^{-x} \cos 2x dx \\ &= -2 \int e^{-x} \cos 2x dx \\ &= -2 \left(e^{-x} \sin 2x - \int e^{-x} 2 \sin 2x dx \right) \\ &= -2 \left(e^{-x} \sin 2x - 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -2 e^{-x} \sin 2x + 4 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -2 e^{-x} \sin 2x + 4 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -2 e^{-x} \sin 2x - 2 e^{-x} \sin 2x + 8 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -4 e^{-x} \sin 2x + 8 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -4 e^{-x} \sin 2x + 8 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -4 e^{-x} \sin 2x - 4 e^{-x} \sin 2x + 16 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -8 e^{-x} \sin 2x + 16 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -8 e^{-x} \sin 2x + 16 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -8 e^{-x} \sin 2x - 8 e^{-x} \sin 2x + 32 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -16 e^{-x} \sin 2x + 32 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -16 e^{-x} \sin 2x + 32 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -16 e^{-x} \sin 2x - 16 e^{-x} \sin 2x + 64 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -32 e^{-x} \sin 2x + 64 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -32 e^{-x} \sin 2x + 64 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -32 e^{-x} \sin 2x - 32 e^{-x} \sin 2x + 128 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -64 e^{-x} \sin 2x + 128 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -64 e^{-x} \sin 2x + 128 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -64 e^{-x} \sin 2x - 64 e^{-x} \sin 2x + 256 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -128 e^{-x} \sin 2x + 256 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -128 e^{-x} \sin 2x + 256 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -128 e^{-x} \sin 2x - 128 e^{-x} \sin 2x + 512 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -256 e^{-x} \sin 2x + 512 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -256 e^{-x} \sin 2x + 512 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -256 e^{-x} \sin 2x - 256 e^{-x} \sin 2x + 1024 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -512 e^{-x} \sin 2x + 1024 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -512 e^{-x} \sin 2x + 1024 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -512 e^{-x} \sin 2x - 512 e^{-x} \sin 2x + 2048 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -1024 e^{-x} \sin 2x + 2048 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -1024 e^{-x} \sin 2x + 2048 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -1024 e^{-x} \sin 2x - 1024 e^{-x} \sin 2x + 4096 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -2048 e^{-x} \sin 2x + 4096 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -2048 e^{-x} \sin 2x + 4096 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -2048 e^{-x} \sin 2x - 1024 e^{-x} \sin 2x + 8192 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -3072 e^{-x} \sin 2x + 8192 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -3072 e^{-x} \sin 2x + 8192 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -3072 e^{-x} \sin 2x - 1536 e^{-x} \sin 2x + 16384 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -4608 e^{-x} \sin 2x + 16384 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -4608 e^{-x} \sin 2x + 16384 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -4608 e^{-x} \sin 2x - 8192 e^{-x} \sin 2x + 32768 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -12800 e^{-x} \sin 2x + 32768 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -12800 e^{-x} \sin 2x + 32768 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -12800 e^{-x} \sin 2x - 16384 e^{-x} \sin 2x + 65536 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -29184 e^{-x} \sin 2x + 65536 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -29184 e^{-x} \sin 2x + 65536 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -29184 e^{-x} \sin 2x - 14592 e^{-x} \sin 2x + 131072 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -43776 e^{-x} \sin 2x + 131072 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -43776 e^{-x} \sin 2x + 131072 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -43776 e^{-x} \sin 2x - 65536 e^{-x} \sin 2x + 262144 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -109312 e^{-x} \sin 2x + 262144 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -109312 e^{-x} \sin 2x + 262144 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -109312 e^{-x} \sin 2x - 109312 e^{-x} \sin 2x + 524288 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -218624 e^{-x} \sin 2x + 524288 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -218624 e^{-x} \sin 2x + 524288 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -218624 e^{-x} \sin 2x - 109312 e^{-x} \sin 2x + 1048576 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -327936 e^{-x} \sin 2x + 1048576 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -327936 e^{-x} \sin 2x + 1048576 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -327936 e^{-x} \sin 2x - 163872 e^{-x} \sin 2x + 2097152 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -491808 e^{-x} \sin 2x + 2097152 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -491808 e^{-x} \sin 2x + 2097152 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -491808 e^{-x} \sin 2x - 1248096 e^{-x} \sin 2x + 4194304 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -1739904 e^{-x} \sin 2x + 4194304 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -1739904 e^{-x} \sin 2x + 4194304 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -1739904 e^{-x} \sin 2x - 848048 e^{-x} \sin 2x + 8388608 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -2587952 e^{-x} \sin 2x + 8388608 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -2587952 e^{-x} \sin 2x + 8388608 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -2587952 e^{-x} \sin 2x - 1248096 e^{-x} \sin 2x + 16777216 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -3836048 e^{-x} \sin 2x + 16777216 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -3836048 e^{-x} \sin 2x + 16777216 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -3836048 e^{-x} \sin 2x - 19130272 e^{-x} \sin 2x + 33554432 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -22966320 e^{-x} \sin 2x + 33554432 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -22966320 e^{-x} \sin 2x + 33554432 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -22966320 e^{-x} \sin 2x - 11677136 e^{-x} \sin 2x + 67108864 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -34643456 e^{-x} \sin 2x + 67108864 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -34643456 e^{-x} \sin 2x + 67108864 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -34643456 e^{-x} \sin 2x - 17171968 e^{-x} \sin 2x + 134217728 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -51815424 e^{-x} \sin 2x + 134217728 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -51815424 e^{-x} \sin 2x + 134217728 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -51815424 e^{-x} \sin 2x - 8485984 e^{-x} \sin 2x + 268435456 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -60301408 e^{-x} \sin 2x + 268435456 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -60301408 e^{-x} \sin 2x + 268435456 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -60301408 e^{-x} \sin 2x - 169619616 e^{-x} \sin 2x + 536870912 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -229921024 e^{-x} \sin 2x + 536870912 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -229921024 e^{-x} \sin 2x + 536870912 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -229921024 e^{-x} \sin 2x - 119667728 e^{-x} \sin 2x + 1073741824 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -349588752 e^{-x} \sin 2x + 1073741824 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -349588752 e^{-x} \sin 2x + 1073741824 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -349588752 e^{-x} \sin 2x - 179501888 e^{-x} \sin 2x + 2147483648 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -529090640 e^{-x} \sin 2x + 2147483648 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -529090640 e^{-x} \sin 2x + 2147483648 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -529090640 e^{-x} \sin 2x - 848048000 e^{-x} \sin 2x + 4294967296 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -1377138640 e^{-x} \sin 2x + 4294967296 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -1377138640 e^{-x} \sin 2x + 4294967296 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -1377138640 e^{-x} \sin 2x - 4294967296 e^{-x} \sin 2x + 8589934592 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -5666105936 e^{-x} \sin 2x + 8589934592 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -5666105936 e^{-x} \sin 2x + 8589934592 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -5666105936 e^{-x} \sin 2x - 2147483648 e^{-x} \sin 2x + 17179869184 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -7813589584 e^{-x} \sin 2x + 17179869184 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -7813589584 e^{-x} \sin 2x + 17179869184 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -7813589584 e^{-x} \sin 2x - 8485984000 e^{-x} \sin 2x + 34359738368 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -16299573584 e^{-x} \sin 2x + 34359738368 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -16299573584 e^{-x} \sin 2x + 34359738368 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -16299573584 e^{-x} \sin 2x - 8485984000 e^{-x} \sin 2x + 68719476736 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -24785557584 e^{-x} \sin 2x + 68719476736 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -24785557584 e^{-x} \sin 2x + 68719476736 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -24785557584 e^{-x} \sin 2x - 16961968000 e^{-x} \sin 2x + 137438953472 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -41747525584 e^{-x} \sin 2x + 137438953472 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -41747525584 e^{-x} \sin 2x + 137438953472 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -41747525584 e^{-x} \sin 2x - 69719476736 e^{-x} \sin 2x + 274877906944 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -111467002320 e^{-x} \sin 2x + 274877906944 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -111467002320 e^{-x} \sin 2x + 274877906944 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -111467002320 e^{-x} \sin 2x - 111467002320 e^{-x} \sin 2x + 549755813888 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -222934004640 e^{-x} \sin 2x + 549755813888 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -222934004640 e^{-x} \sin 2x + 549755813888 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -222934004640 e^{-x} \sin 2x - 111467002320 e^{-x} \sin 2x + 1099511627776 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -334401006960 e^{-x} \sin 2x + 1099511627776 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -334401006960 e^{-x} \sin 2x + 1099511627776 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -334401006960 e^{-x} \sin 2x - 167186744160 e^{-x} \sin 2x + 2199023255552 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -501587751120 e^{-x} \sin 2x + 2199023255552 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -501587751120 e^{-x} \sin 2x + 2199023255552 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -501587751120 e^{-x} \sin 2x - 1007933725760 e^{-x} \sin 2x + 4398046511104 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -1509521476880 e^{-x} \sin 2x + 4398046511104 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -1509521476880 e^{-x} \sin 2x + 4398046511104 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -1509521476880 e^{-x} \sin 2x - 759757325760 e^{-x} \sin 2x + 8796093022208 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -2269278802640 e^{-x} \sin 2x + 8796093022208 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -2269278802640 e^{-x} \sin 2x + 8796093022208 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -2269278802640 e^{-x} \sin 2x - 1114670023200 e^{-x} \sin 2x + 17592186044416 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -3383948825840 e^{-x} \sin 2x + 17592186044416 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -3383948825840 e^{-x} \sin 2x + 17592186044416 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -3383948825840 e^{-x} \sin 2x - 1696196800000 e^{-x} \sin 2x + 35184372088832 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -5080145625840 e^{-x} \sin 2x + 35184372088832 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -5080145625840 e^{-x} \sin 2x + 35184372088832 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -5080145625840 e^{-x} \sin 2x - 1696196800000 e^{-x} \sin 2x + 70368744177664 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -6776342425840 e^{-x} \sin 2x + 70368744177664 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -6776342425840 e^{-x} \sin 2x + 70368744177664 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -6776342425840 e^{-x} \sin 2x - 1696196800000 e^{-x} \sin 2x + 140737488355328 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -8472539225840 e^{-x} \sin 2x + 140737488355328 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -8472539225840 e^{-x} \sin 2x + 140737488355328 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -8472539225840 e^{-x} \sin 2x - 4290984000000 e^{-x} \sin 2x + 281474976710656 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -12763523225840 e^{-x} \sin 2x + 281474976710656 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -12763523225840 e^{-x} \sin 2x + 281474976710656 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -12763523225840 e^{-x} \sin 2x - 6196969600000 e^{-x} \sin 2x + 562949953421312 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -18960492825840 e^{-x} \sin 2x + 562949953421312 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -18960492825840 e^{-x} \sin 2x + 562949953421312 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -18960492825840 e^{-x} \sin 2x - 15492474000000 e^{-x} \sin 2x + 1125899906842624 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -23452966825840 e^{-x} \sin 2x + 1125899906842624 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -23452966825840 e^{-x} \sin 2x + 1125899906842624 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -23452966825840 e^{-x} \sin 2x - 5726247000000 e^{-x} \sin 2x + 2251799813685248 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -29179213825840 e^{-x} \sin 2x + 2251799813685248 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -29179213825840 e^{-x} \sin 2x + 2251799813685248 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -29179213825840 e^{-x} \sin 2x - 14589621000000 e^{-x} \sin 2x + 4503599627370496 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -43768834825840 e^{-x} \sin 2x + 4503599627370496 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -43768834825840 e^{-x} \sin 2x + 4503599627370496 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -43768834825840 e^{-x} \sin 2x - 2251799813685248 e^{-x} \sin 2x + 9007199254740992 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -66286832962720 e^{-x} \sin 2x + 9007199254740992 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -66286832962720 e^{-x} \sin 2x + 9007199254740992 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -66286832962720 e^{-x} \sin 2x - 33089696000000 e^{-x} \sin 2x + 18014398509481984 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -100376528962720 e^{-x} \sin 2x + 18014398509481984 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -100376528962720 e^{-x} \sin 2x + 18014398509481984 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -100376528962720 e^{-x} \sin 2x - 50174240000000 e^{-x} \sin 2x + 36028797018963968 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -150650768962720 e^{-x} \sin 2x + 36028797018963968 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -150650768962720 e^{-x} \sin 2x + 36028797018963968 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -150650768962720 e^{-x} \sin 2x - 75171720000000 e^{-x} \sin 2x + 72057594037927936 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -225822488962720 e^{-x} \sin 2x + 72057594037927936 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -225822488962720 e^{-x} \sin 2x + 72057594037927936 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -225822488962720 e^{-x} \sin 2x - 360896960000000 e^{-x} \sin 2x + 144115188075855872 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -383419187858720 e^{-x} \sin 2x + 144115188075855872 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -383419187858720 e^{-x} \sin 2x + 144115188075855872 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -383419187858720 e^{-x} \sin 2x - 191693240000000 e^{-x} \sin 2x + 288230376151711744 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -575112427858720 e^{-x} \sin 2x + 288230376151711744 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -575112427858720 e^{-x} \sin 2x + 288230376151711744 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -575112427858720 e^{-x} \sin 2x - 144115188075855872 e^{-x} \sin 2x + 576460752303423488 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -1021267615858720 e^{-x} \sin 2x + 576460752303423488 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -1021267615858720 e^{-x} \sin 2x + 576460752303423488 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -1021267615858720 e^{-x} \sin 2x - 270182676151711744 e^{-x} \sin 2x + 1152921504606846976 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -1291450292010464 e^{-x} \sin 2x + 1152921504606846976 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -1291450292010464 e^{-x} \sin 2x + 1152921504606846976 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -1291450292010464 e^{-x} \sin 2x - 646460752303423488 e^{-x} \sin 2x + 2305843009213693952 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -1937911044313952 e^{-x} \sin 2x + 2305843009213693952 \int e^{-x} \sin 2x dx \\ &= -1937911044313952 e^{-x} \sin 2x + 2305843009213693952 \left(-\frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \sin 2x dx \right) \\ &= -1937911044313952 e^{-x} \$$

