منهاجي
متعة التعليم الهادف

أتحقق من فهمي

المساحات والحجوم

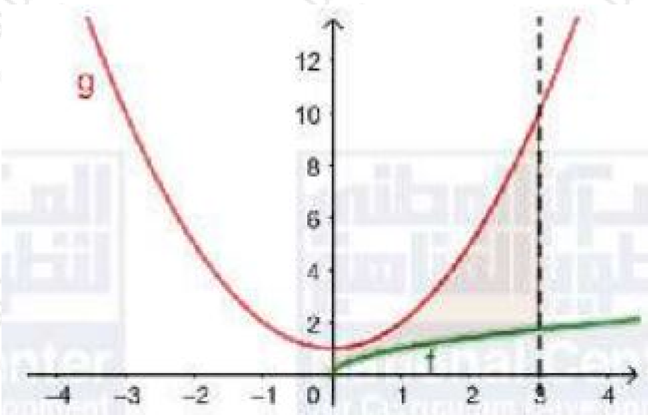
مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي اقترانين

أتحقق من فهمي صفحة (77):

(a) أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي اقترانين: $g(x)=x2+1, g(x)=x$، والمستقيمين $x=0, x=3$.

$f(x)=g(x)\Rightarrow x2+1=x$

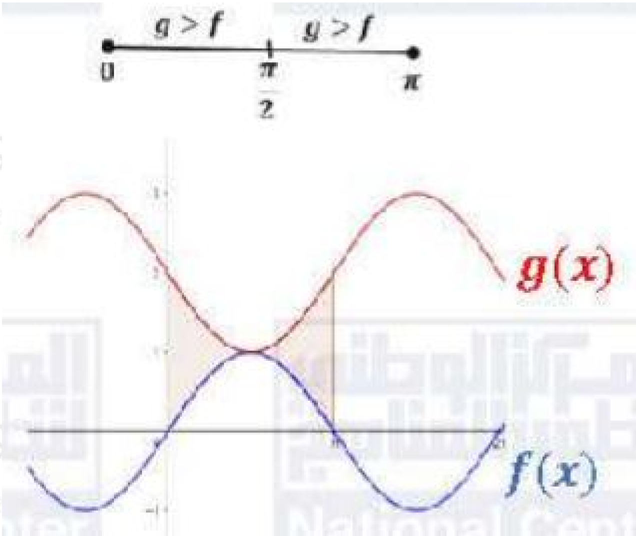
هذه المعادلة ليس لها حلول إذ أن المنحنيين لا يتقاطعان كما في الشكل أدناه.



$A=\int 03(x2+1-x)dx=13x3+x-23x32|03=9+3-23-0=12-23$

(b) أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي اقترانين:
$f(x)=\sin g(x)=2-\sin x x$، والمستقيمين $x=0, x=\pi$.

$x=1\Longrightarrow x=\pi 2x\Rightarrow \sin x=\sin f(x)=g(x)\Rightarrow 2-\sin$



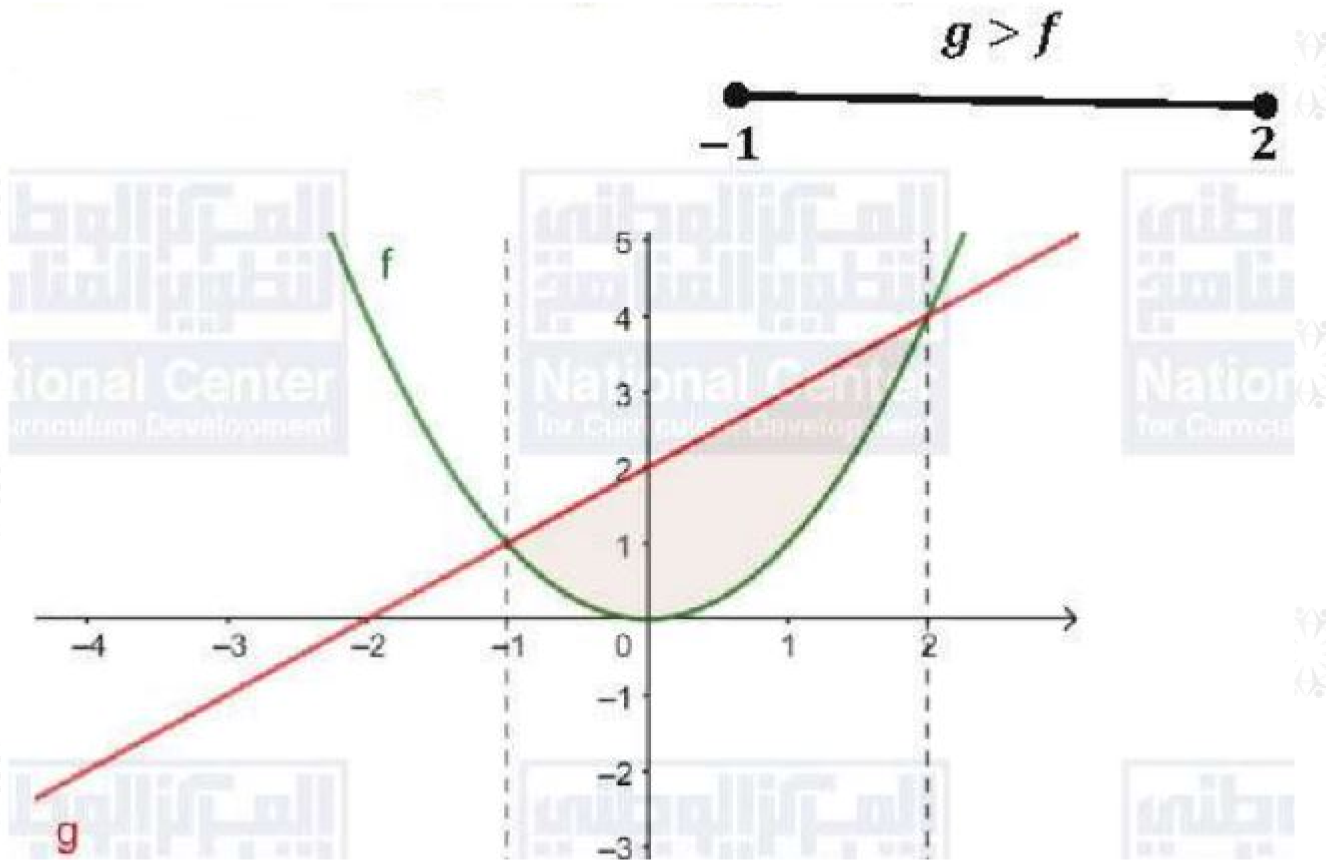
نجد أن g≥f لكل قيم x، إذن:

x)dx=2x+2x)dx=∫0π(2−2sinx)−sinA=∫0π(g(x)−f(x))dx=∫0π((2−sin
x|0π=2π−4cos

أتحقق من فهمي صفحة (79):

أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي اقترانين: g(x)=x+2,f(x)=x2.

f(x)=g(x)⇒x2=x+2⇒x2−x+2=0⇒(x−2)(x+1)=0⇒x=2,x=−1



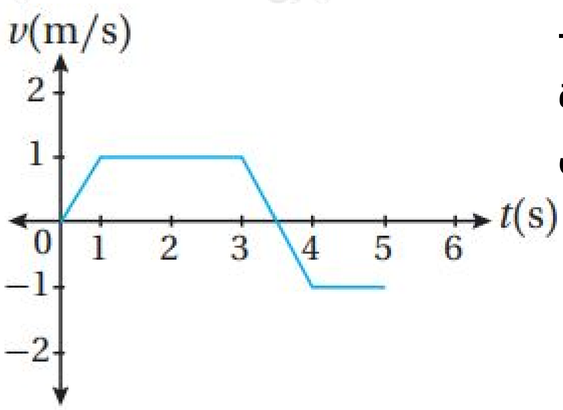
نلاحظ أن g>f في الفترة (−1,∞) إذن:

A=∫−12(g(x)−f(x))dx=∫−12(x+2−x2)dx=12x2+2x−13x3|−12=12(2)2+2(2)−13(2)3−(12−2+13)=92

التكامل، ومنحنى السرعة المتجهة - الزمن

أتحقق من فهمي صفحة (81):

يبين الشكل المجاور منحنى السرعة المتجهة - الزمن لجسيم يتحرك على المحور x في الفترة الزمنية [0,5]. إذا بدأ الجسيم الحركة من x=3 عندما t=0، فأجد كلاً مما يأتي:



(a) إزاحة الجسيم في الفترة الزمنية المعطاة.

لتكن الإزاحة D

$D=s(5)-s(0)=\int 05v(t)dt=A(R1)-A(R2)=12(2+3.5)(1)-12(1+1.5)(1)=1.5m$

(b) المسافة التي قطعها الجسيم في الفترة الزمنية المعطاة.

المساحة التي قطعها الجسيم هي: $\int 05|v(t)|dt$

$\int 05|v(t)|dt=A(R1)+A(R2)=12(5.5)+12(2.5)=4m$

(c) الموقع النهائي للجسيم.

في الفرع a وجدنا أن:

$s(5)-s(0)=1.5$

وبتعويض $s(0)=3$ نجد أن:

------ $s(5)-3=1.5\Rightarrow s(5)=4.5$

الحجوم الدورانية

أتحقق من فهمي صفحة (82):

أجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $f(x)=1x$، والمحور x، والمستقيمين $x=1,x=4$، حول المحور x.

$V=\int ab\pi(f(x))2=\int 14\pi x2dx=-\pi x|14=-\pi 4-(-\pi 1)=3\pi 4$

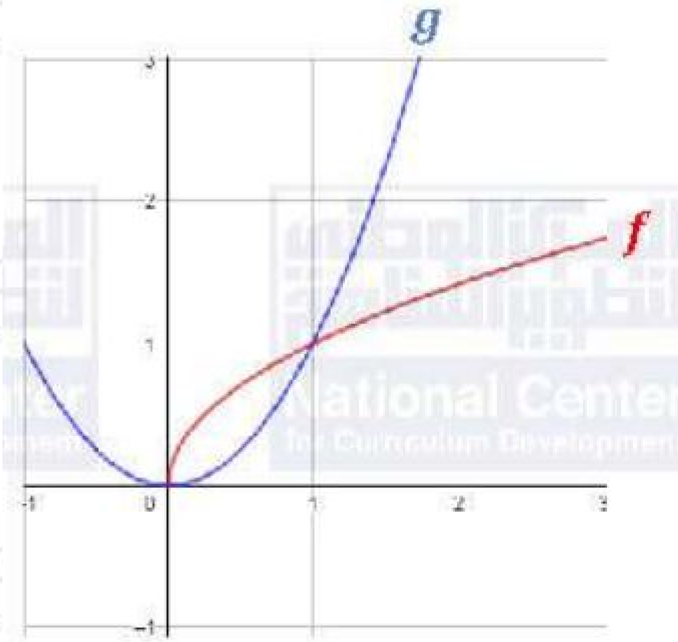
حجم المجسم الدوراني الناتج من دوران منحنيي اقترانين

أتحقق من فهمي صفحة (85):

أجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين:

$x=f(x)$، و $g(x)=x2$، حول المحور x.

$f(x)=g(x)⇒x=x2⇒x−x4=0⇒x(1−x3)=0⇒x=0,x=1$



انلاحظ أن منحنى f يقع فوق منحنى g في الفترة [0,1]

$V=∫01π((f(x))2−(g(x))2)dx=∫01π(x−x4)dx=π(12x2−15x5)|01=π((12−15)−0)=0.3π$