مهارات التفكير العليا

المتجهات في الفضاء

(41) أكتشف الخطأ: قالت حنان: "إذا كانت النقطة A(7,−3,3) تقع على كرة مركزها نقطة الأصل، فإن النقطة B(2,−8,−1) تقع خارج هذه الكرة"، في حين قالت هديل: "النقطة B تقع داخل هذه الكرة"، أيّ القولين صحيح، مبرراً إجابتي.

بما أن مركز الكرة هو O(0,0,0) والنقطة A(7,−3,3) تقع عليه فإن طول نصف قطرها R حيث:

R=OA=(7−0)2+(−3−0)2+(3−0)2=49+9+OB=(2−0)2+(−8−0)2+(−1−0)2=4+64+1

بما أن OB>R فإن النقطة B تقع خارج الكرة، ويكون قول حنان هو الصواب.

(42) تبرير: إذا وقعت النقطة J(−4,6,−1) والنقطة K(−2,2,17) على طرفي أحد أقطار كرة، فأبين أن النقطة L(2,10,3) والنقطة J(4,−2,7) تقعان على سطح تلك الكرة، مبرراً إجابتي.

مركز الكرة هو النقطة C التي تنصف القطر المعطى طرفاه:

C=(−4−22,6+22,−1+172)=(−3,4,8)

وطول نصف قطر الكرة هو R حيث:

R=CK=(−3−(−2))2+(4−2)2+(8−17)2=1+4+81=86

الآن نجد كلاً من CJ,CL ونقارنه مع R لمعرفة موقع كل من J,L بالنسبة لهذه الكرة:

CL=(2−(−3)2+(10−4)2+(3−8)2=25+36+25=86=R

إذن، النقطة L أيضاً تقع على سطح هذه الكرة.

CJ=(4−(−3))2+(−2−4)2+(7−8)2=49+36+1=86=R

إذن، النقطة J أيضاً تقع على سطح هذه الكرة.

(43) تبرير: تمثل النقاط: A(2,3,−1),B(2,3,5),C(8,−3,5) ثلاثة من رؤوس مكعب

خشبي، كل وجهين من أوجهه يوازيان أحد المستويات: xy,xz,yz.

أكتب إحداثيات الرؤوس الخمسة الأخرى، مبرراً إجابتي.

تختلف النقطة B عن النقطة A فقط في الإحداثي z، والفرق بين قيمتي z يساوي 6

إذن، AB أحد أحرف المكعب، وطول ضلع المكعب 6 وحدات.

أما النقطة C فيزيد إحداثيها x بمقدار 6 وحدات عن الإحداثي x للنقطة B، كما يقل إحداثيها y بمقدار 6 عن الإحداثي y للنقطة B (مزاحة عنها 6 وحدات لليسار).

نجد باقي النقاط (الرؤوس) بإحداث إزاحات مقدارها 6 وحدات لإحداثيات الرؤوس الثلاثة المعطاة.

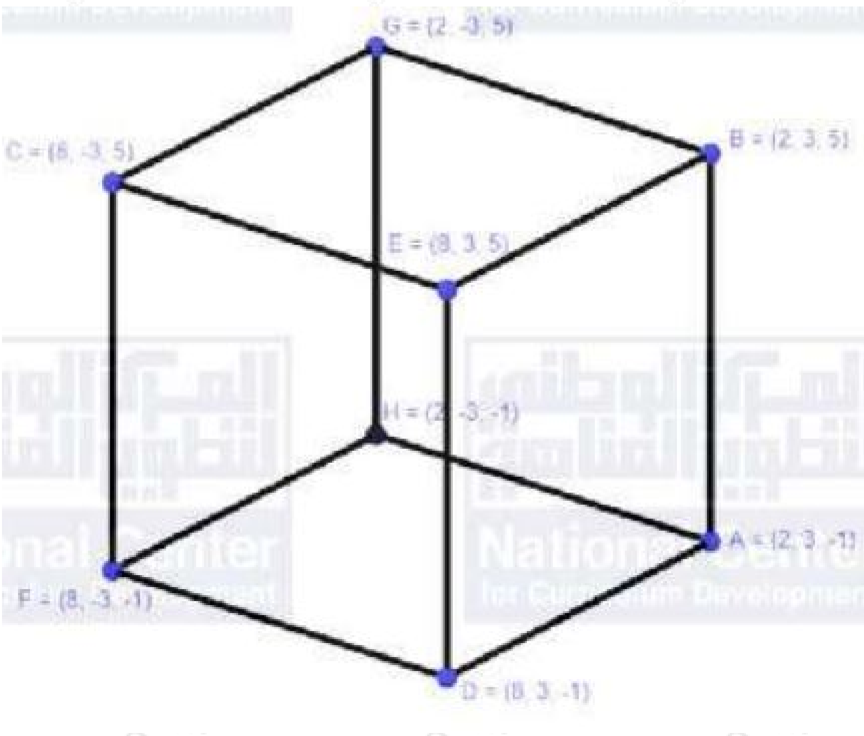
$D(8,3,-1)$ وذلك بإزاحة النقطة A بمقدار 6 وحدات باتجاه المحور x الموجب.

$E(8,3,5)$ وذلك بإزاحة النقطة B بمقدار 6 وحدات باتجاه المحور x الموجب.

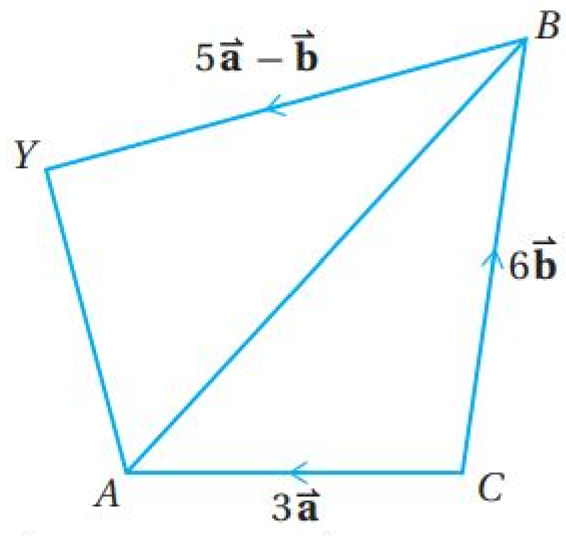
$F(8,-3,-1)$ وذلك بإزاحة النقطة C بمقدار 6 وحدات باتجاه المحور z السالب.

$G(2,-3,5)$ وذلك بإزاحة النقطة B بمقدار 6 وحدات باتجاه المحور y السالب.

$H(2,-3,-1)$ وذلك بإزاحة النقطة A بمقدار 6 وحدات باتجاه المحور y السالب.



(44) تحــد: في الشكـــل الآتـــي، إذا كـــان: →CB→=6b→,BY→=5a→−b→,CA→=3a، وكـانت X تقع على ¯AB ، حيـث AX:XB=1:2، فأثبت أن: →CX→=25CY.



AXXB=12⇒XB=2AX⇒AB=AX+XB=AX+2AX=3AX⇒AX=13ABAX→=1 3AB→=13(AC→+CB→)=13(−3a→+6b→)=−a→+2b→CY→=CB→+BY→ =6b→+5a→−b→=5(a→+b→)⇒a→+b→=15CY→CX→=CA→+AX→=3a→ →−a→+2b→=2(a→+b→)=25CY

تحد: إذا كانت متجهات الموقع للنقاط: M,L,N هي:

^m→=−3i^−6j^+k^,l→=4i^−10j^+3k^,n→=5i^+3j^−9k، فأجيب عن السؤالين الآتيين تباعاً:

(45) أثبت أن المثلث LMN قائم الزاوية.

LN→=⟨1,13,−12⟩LN=|LN→|=1+169+144=314ML→=⟨7,−4,2⟩ML=|ML →|=49+16+4=69NM→=⟨−8,−9,10⟩NM=|NM→|=64+81+100=245

بما أن: (LN)2=(ML)2+(NM)2 إذن: 245+69=314

فإن △LMN قائم الزاوية في M (بعكس نظرية فيثاغورس).

(46) أجد مساحة المثلث LMN.

مساحة المثلث في A حيث:

A=12(ML)(NM)=1269245=72345