أتدرب وأحل المسائل

قاعدة السلسلة

أتدرّب وأحُلُّ المسائل

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(1) $f(x) = (1 + 2x)^4$

$f'(x) = 4\ (1 + 2x)^3\ (2)$

$= 8\ (1 + 2x)^3$

(2) $f(x) = (3 - 2x^2)^{-5}$

$f'(x) = -5\ (3 - 2x^2)^{-6}\ (-4x)$

$= 20x\ (3 - 2x^2)^{-6}$

$= 20x(3 - 2x2)6$

(3) $f(x) = (x2 - 7x + 1)32$

$f'(x) = 32\ (x2 - 7x + 1)12\ (2x - 7)$

$= 32\ (2x - 7)\ x2 - 7x + 1$

(4) $f(x) = 7 - x$

$f'(x) = -127 - x$

(5) $f(x) = 4(2 + 8x)^4$

$f'(x) = 16(2 + 8x)^3\ (8)$

$= 128(2 + 8x)^3$

(6) $f(x) = 14x - 83$

$f(x) = (4x - 8)-13$

$f'(x) = -13\ (4x - 8)-43\ \ (4)$

$= -43\ (4x - 8)-43$

$= -43(4x - 8)43$

(7) $f(x) = 5 + 3x3$

$f'(x) = 9x225 - 3x3$

(8) $f(x) = x + (x - 3)^2$

$f'(x) = 12x + 2(x - 3)$

(9) $f(x) = 2x - x53 + (4 - x)^2$

$f(x) = (2x - x5)13 + (4 - x)^2$

$f'(x) = 13(2x - x5)-23\ (2 - 5x^4) + 2(4 - x)\ (-1)$

$= 2 - 5x43(2x - x5)23 - 8 + 2x$

(10) $f(x) = (x + 5)^4$

$f'(x) = 4\ (x + 5)^3\ x\ 12x$

$= 2(x + 5)3x$

(11) $f(x) = (2x - 5)3$

$f'(x) = 3(2x - 5)2\ (2)2\ (2x - 5)3$

$= 3(2x - 5)2\ (2x - 5)3 = 3\ 2x - 5$

(12) $f(x) = (2x^3 - 3x^2 + 4x + 1)^5$

$f'(x) = 5(2x^3 - 3x^2 + 4x + 1)^4\ (6x^2 - 6x + 4)$

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

(13) $f(x) = 1(4x + 1)2\ ,\ x = 14$

$f(x) = (4x + 1)^{-2}$

$f'(x) = -2\ (4x + 1)^{-3}\ (4)$

$= 8(4x + 1)3$

$f'(14) = -8(4 \text{ x } 14 + 1)3 = -1$

(14) $f(x) = 25 - x2\ ,\ x = 3$

$f'(x) = -x\ 25 - x2$

$f'(3) = -3\ 25 - (3)2 = -34$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد dydx لكلّ ممّا يأتي:

(15) y=5u2+3u, u=x3+1

dydu=10u+3dudx=3x2dydx=dydu×dudx=(10u+3)×3x2=(10(x3+1)+3)×3x2=(10x3+13)×3x2=30x5+39x2

(16) y=2u+53, u=x2−x

y=(2u+5)13dydu=13(2u+5)−23(2)=23(2u+5)−23dudx=2x−1dydx=dydu×dudx=23(2u+5)−23×(2x−1)=23(2(x2−x)+5)−23×(2x−1)=4x−23(2x2−2x+5)23

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد dydx لكلّ ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

(17) y=3u2−5u+2, u=x2−1, x=2

dydu=6u−5dudx=2xdydx=dydu×dudx=(6u−5)×(2x)=(6(x2−1)−5)×(2x)

dydx|x=2=(6(4−1)−5)×(4)=52

(18) y=(1+u2)3, u=2x−1, x=1

dydu=3(1+u2)2(2u)=6u(1+u2)2dudx=2dydx=dydu×dudx=6u

$(1+u2)2\times(2)=12(2x-1)(1+(2x-1)2)2$

$dydx|x=1=12(2-1)(1+(2-1)2)2=48$

صناعة: يمثل الاقتران: $C(x) = 1000\ x2 - 0.1x$ تكلفة إنتاج x من منتج معين (بآلاف الدنانير):

(19) أجد معدل تغير تكلفة الإنتاج بالنسبة إلى عدد القطع المُنتجة.

$C'(x)=1000(2x-0.1)2x2-0.1x=1000x-50x2-0.1x$

(20) أجد معدل تغير تكلفة الإنتاج بالنسبة إلى عدد القطع المُنتجة عندما يكون عدد القطع المنتجة 20 قطعة.

$C'(20)=1000(20)-50(20)2-0.1(20)=19950398\approx1000$

علوم: يمثل الاقتران: $N(t) = 400\ (1 - 3(t2+2)2)$ عدد الخلايا البكتيرية بعد t يوماً في مجتمع بكتيري:

(21) أجد معدل تغير N بالنسبة إلى t عندما $t = 1$.

$N(t)=400(1-3(t2+2)-2)N'(t)=400(6(t2+2)-3(2t))=4800t(t2+2)3N'(1)=4800(1+2)3\approx178$

(22) أجد معدل تغير N بالنسبة إلى t عندما $t = 4$.

$N'(4)=4800(4)(16+2)3\approx3$

إذا كان: $g(2)=-3,\ g'(2)=6,\ h(3)=2,\ h'(3)=-2$ ، فأجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عندما $x = 3$:

(23) $f(x)=g(h(x))$

$f'(x)=g'(h(x))\times h'(x)f'(3)=g'(h(3))\times h'(3)=g'(2)\times-2=6\times-2=-12$

(24) $f(x)=(h(x))3$

$$h'(x)=f'(g(x))\times g'(x)h'(2)=f'(g(2))\times g'(2)=f'(3)\times -1$$