

إجابات كتاب التمارين

توزيع ذي الحدين

إذا كان $X \sim B(20, 18)$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

(1) $P(X=18)$

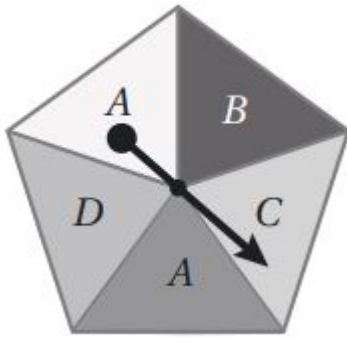
$$P(X=18) = \binom{20}{18} (18)^{18} (2)^2 \approx 8.075 \times 10^{-15}$$

(2) $P(X \leq 3)$

$$P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = \binom{20}{0} (18)^0 (2)^{20} + \binom{20}{1} (18)^1 (2)^{19} + \binom{20}{2} (18)^2 (2)^{18} + \binom{20}{3} (18)^3 (2)^{17}$$

(3) $P(1 < X \leq 3)$

$$P(1 < X \leq 3) = P(X=2) + P(X=3) = \binom{20}{2} (18)^2 (2)^{18} + \binom{20}{3} (18)^3 (2)^{17} \approx 0.4984$$



يمثل الشكل المجاور قرصاً على شكل خماسي منتظم. إذا دور مؤشر القرص 10 مرات، ودل المتغير العشوائي X على عدد مرات توقف المؤشر على الحرف A، فأجد كلاً مما يأتي:

(4) احتمال أن يتوقف المؤشر على الحرف A ثلاث مرات فقط.

$$P(X=3) = \binom{10}{3} (1/5)^3 (4/5)^7 \approx 0.2013$$

(5) احتمال أن يتوقف المؤشر على الحرف A ثلاث مرات على الأقل.

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - (P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)) = 1 - (\binom{10}{0} (1/5)^0 (4/5)^{10} + \binom{10}{1} (1/5)^1 (4/5)^9 + \binom{10}{2} (1/5)^2 (4/5)^8) \approx 0.322$$

(6) احتمال ألا يتوقف المؤشر على الحرف A نهائياً.

$$P(X=0)=(103)(15)0(45)10\approx 0.1074$$

طيران: يواجه الطيارون صعوبة في الرؤيا باحتمال (0.25) عند الهبوط بالطائرات في أحد المطارات خلال فصل الشتاء بسبب سوء الأحوال الجوية، إذا هبط طيار 20 مرة في هذا المطار شتاء، فأجد كلاً مما يأتي:

(7) احتمال أن يواجه الطيار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط في ثلاث مرات فقط.

ليكن X عدد المرات التي يواجه فيها الطيار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط من بين 20 مرة.

$$X\sim B(20,0.25)P(X=3)=(203)(0.25)^3(0.75)^{17}\approx 0.134\Rightarrow$$

(8) احتمال أن يواجه الطيار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط في ثلاث مرات على الأقل.

$$P(X\geq 3)=1-P(X<3)=1-(P(X=0)+P(X=1)+P(X=2))=1-((200)(0.25)^0(0.75)^{20}+(201)(0.25)^1(0.75)^{19}+(202)(0.25)^2(0.75)^{18})\approx 0.025$$

(9) احتمال أن يواجه الطيار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط في المرات جميعها.

$$P(X=20)=(2020)(0.25)^{20}(0.75)^0\approx 9.09495\times 10^{-13}$$

(10) العدد المتوقع من المرات التي سيواجه فيها الطيار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط.

$$E(X)=np=20(0.25)=5$$

أجد التوقع والتباين لكل من المتغيرات العشوائية الآتية:

$$(X\sim B(40,0.2)) \quad (11)$$

$$E(X)=np=40(0.2)=8 \quad \text{Var}(X)=np(1-p)=40(0.2)(0.8)=6.4$$

$$(X\sim B(280,0.4)) \quad (12)$$

$$\text{Var}(X)=np(1-p)=280(0.4)(0.6)=67.2 \quad E(X)=np=280(0.4)=112$$

$$(X\sim B(48,16)) \quad (13)$$

$$E(X) = np(1-p) = 48(16)(56) \approx 6.67 \text{ Var}(X) = np = 48(16) = 8$$

(14) أمراض: وفقاً لدراسة طبية، فإن 9% من البالغين حول العالم مصابون بمرض السكري، إذا اختيرت عينة عشوائية من البالغين تضم 12000 شخص، فما العدد المتوقع من المصابين بمرض السكري في هذه العينة؟

ليكن X عدد الأشخاص المصابين بالسكري من بين 12000

$$X \sim B(12000, 0.09) \Rightarrow E(X) = np = 12000(0.09) = 1080$$