إجابات أسئلة الدرس

نهاية خارج قسمة اقترانين

١) إذا كانت $\lim_{س\to٢} ق(س) = ٣$، $\lim_{س\to٢} هـ(س) = ٩$، فجد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

أ) $\lim_{س\to٢} \frac{ق(س)}{هـ(س)}$ ب) $\lim_{س\to٢} \frac{هـ(س)+١}{ق(س)+س-٥}$

الحل:

أ) $\lim_{س\to٢} \frac{ق(س)}{هـ(س)}$

$$\frac{\lim_{س\to٢} ق(س)}{\lim_{س\to٢} هـ(س)} = \frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$$

ب) $\lim_{س\to٢} \frac{هـ(س)+١}{ق(س)+س-٥}$

$$\frac{\lim_{س\to٢} هـ(س)+١}{\lim_{س\to٢} ق(س)+٢-٥} = \frac{٩+١}{٣-٣} = \frac{١٠}{٠} = \text{غير موجودة}$$

٢) جد قيمة النهاية في كل مما يأتي عند النقطة المبينة إزاء كل منها (إن وجدت):

أ) ق(س) = $\frac{س^٢ + ١}{س + ٨}$ ، س ← صفر

ب) هـ(س) = $\frac{س^٢ + ٥س}{س - ١}$ ، س ← ١

جـ) ل(س) = $\frac{س^٢ - ٣س - ٤}{١٢ - ٣س}$ ، س ← ٤

د) م(س) = $\frac{س^٣ - ٢٧}{٣س^٢ - ٩س}$ ، س ← ٣

هـ) ك(س) = $\frac{\frac{١}{س - ٢} - \frac{١}{٥}}{٢س - ١٤}$ ، س ← ٧

و) د(س) = $\frac{\sqrt{س + ١} - ٣}{س - ٨}$ ، س ← ٨

ز) و(س) = $\frac{س - ٧}{\sqrt{س + ٢} - ٣}$ ، س ← ٧

الحل:

أ) $\lim_{س \to ٠}$ $\frac{س^٢ + ١}{س + ٨} = \frac{٠ + ١}{٠ + ٨} = \frac{١}{٨}$

ب) $\lim_{س \to ١}$ $\frac{س^٢ + ٥س}{س - ١} = \frac{١ + ٥}{١ - ١} = \frac{٦}{٠}$ = غير موجودة.

جـ) $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{س^٢ - ٣س - ٤}{١٢ - ٣س} = \frac{١٦ - ١٢ - ٤}{١٢ - ١٢} = \frac{٠}{٠}$

$\lim_{س \to ٤}$ $\frac{(س - ٤)(س + ١)}{٣(٤ - س)} = \frac{-١(٤ + ١)}{٣} = \frac{-٥}{٣}$

د) $\lim_{س \to ٣}$ $\frac{س^٣ - ٢٧}{٣س^٢ - ٩س} = \frac{صفر}{صفر}$

$\lim_{س \to ٣}$ $\frac{(س - ٣)(س^٢ + ٣س + ٩)}{٣س(س - ٣)} = \frac{٣^٢ + ٣ \times ٣ + ٩}{٣ \times ٣} = \frac{٢٧}{٩} = ٣$

هـ) $\lim_{س \to ٧} \frac{\frac{١}{س-٢} - \frac{١}{٥}}{٢س - ١٤} = \frac{صفر}{صفر}$

$= \lim_{س \to ٧} \frac{\frac{٥ - (س-٢)}{٥(س-٢)}}{٢س - ١٤} = \lim_{س \to ٧} \frac{٥ - س + ٢}{٥(س-٢) \times ٢(س-٧)}$

$= \lim_{س \to ٧} \frac{-١ \cancel{(س-٧)}}{١٠(س-٢)\cancel{(س-٧)}} = \frac{-١}{١٠(٧-٢)} = \frac{-١}{٥٠}$

و) $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt{س+١} - ٣}{س - ٨} = \frac{صفر}{صفر}$

$= \lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt{س+١} - ٣}{س - ٨} \times \frac{\sqrt{س+١} + ٣}{\sqrt{س+١} + ٣}$

$= \lim_{س \to ٨} \frac{س+١ - ٩}{(س-٨)(\sqrt{س+١} + ٣)} = \lim_{س \to ٨} \frac{\cancel{س-٨}}{\cancel{(س-٨)}(\sqrt{س+١} + ٣)}$

$= \frac{١}{٣ + \sqrt{٩}} = \frac{١}{٣+٣} = \frac{١}{٦}$

و) $\lim_{س \to ٧} \frac{س - ٧}{٣ - \sqrt{س+٢}} = \frac{صفر}{صفر}$

$= \lim_{س \to ٧} \frac{س - ٧}{٣ - \sqrt{س+٢}} \times \frac{٣ + \sqrt{س+٢}}{٣ + \sqrt{س+٢}}$

$= \lim_{س \to ٧} \frac{(س-٧)(٣ + \sqrt{س+٢})}{٩ - س - ٢} = \lim_{س \to ٧} \frac{-١ \cancel{(س-٧)}(٣ + \sqrt{س+٢})}{\cancel{٧-س}}$

$= -١(٣ + \sqrt{٩}) = -١(٣+٣) = -٦$

---

٣) إذا كان ق(س) = س، فجد $\lim_{س \to -٣} \frac{ق^{٢}(س) - ق(٩)}{س + ٣}$

الحل:

ق(س) = س

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow -٣} \frac{ق^{٢}(س) - ق(٩)}{س + ٣} = \text{نهـــا}_{س \leftarrow -٣} \frac{س^{٢} - ٩}{س + ٣} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$$

نحلل البسط:

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow -٣} \frac{(س - ٣)(س + ٣)}{(س + ٣)} = -٣ - ٣ = -٦$$

---

٤) إذا علمت أن $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٥} ق(س) = -٧$، $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٥} هـ(س) = ٢$، فبيِّن أن:

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٥} \frac{٢ ق(س) - ٣ هـ(س)}{ق(س) + س + ٧} = -٤$$

الحل:

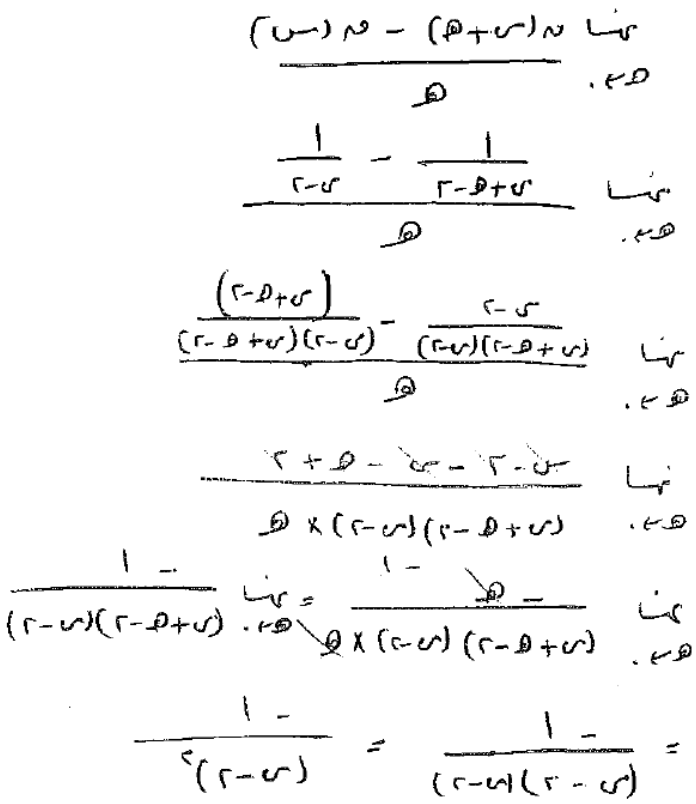
$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٥} \frac{٢ ق(س) - ٣ هـ(س)}{ق(س) + س + ٧} = -٤$$

$$\frac{٢ \text{نهـــا}_{س \leftarrow ٥} ق(س) - ٣ \text{نهـــا}_{س \leftarrow ٥} هـ(س)}{\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٥} ق(س) + ٥ + ٧} = \frac{٢ \times ٣ - ٧- \times ٢}{٧ + ٥ + ٧-} = \frac{٦ - ١٤ -}{٥} = \frac{٢٠-}{٥} = -٤$$

---

٥) إذا كان $ق(س) = \frac{١}{س - ٢}$، فجد $\text{نهـــا}_{هـ \leftarrow ٠} \frac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ}$

الحل:



---

٦) * جد $\lim_{س \to ١} \frac{س^٢ + س - ٢}{س^٢ - ١}$

(*) السؤال من أسئلة الاختبارات الدولية.

الحل:

$$\lim_{س \to ١} \frac{س^٢ + س - ٢}{س^٢ - ١} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$$

نحلل:

$$\lim_{س \to ١} \frac{(س - ١)(س + ٢)}{(س - ١)(س + ١)}$$

$$\lim_{س \to ١} \frac{س + ٢}{س + ١} = \frac{١ + ٢}{١ + ١} = \frac{٣}{٢}$$