

إجابات أسئلة الدرس

القيم القصوى



(١) جد القيم القصوى (العظمى والصغرى) المحلية (إن وجدت) لكل مما يأتي:

أ) ق (س) = $س^3 - 3س + 1$

ب) ل (س) = $س^4 - 2س^2 + 2$

ج) هـ (س) = $س^2 + 4$

د) ك (س) = $س^3 - 2س^2 - 4س + 8$

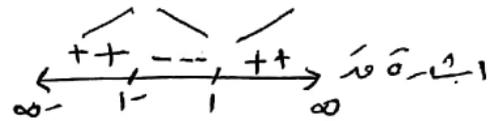
الحل

أ) عند (س) = $س^3 - 3س + 1$

عند (س) = $س^3 - 3س$

$س^3 - 3س = 3 \iff س^3 = 3 \iff س = \sqrt[3]{3}$

$س = 1 \iff س = -1$



عند $س = 1$ هي عظمى محلية هي

عند $(-1) = (-1) = 1 + (-1) - 3 = 3$

عند $س = 1$ هي صغرى محلية هي

عند $(1) = 1 = 1 + (1) - 3 = -1$



(ب) ل (س) = ٤س^٣ - ٦س^٢ + ٢

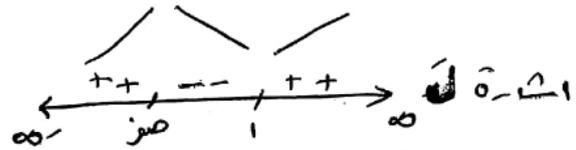
ل' (س) = ١٢س^٢ - ١٢س

١٢س^٢ - ١٢س = ٠

١٢س(س - ١) = ٠

$\frac{١٢س}{١٢} = \frac{١٢(س-١)}{١٢} \Rightarrow \boxed{س = ١}$

س - ١ = ٠ $\Rightarrow \boxed{س = ١}$



عند س = ١ = هنز يتجه على طرفه هي ل (١) = ٢

عند س = ١ = يتجه هنزى عليه هي

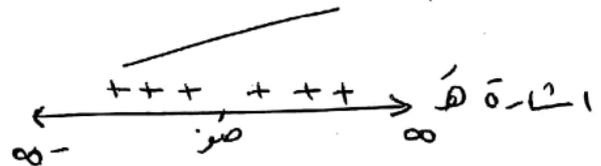
ل (١) = ٤(١)^٣ - ٦(١)^٢ + ٢ = ٢

٢ = ٢ - ٦ + ٢ = ٢ - ٤ = -٢ = هنز

(ج) ه (س) = ٤س^٣ + ٤

ه' (س) = ١٢س^٢

$\frac{١٢س^٢}{١٢} = \frac{١٢(س-٠)}{١٢} \Rightarrow \boxed{س = ٠}$



الاقترانه ه (س) اقترانه على (-infinity, infinity) لا يوجد قيم قصوى

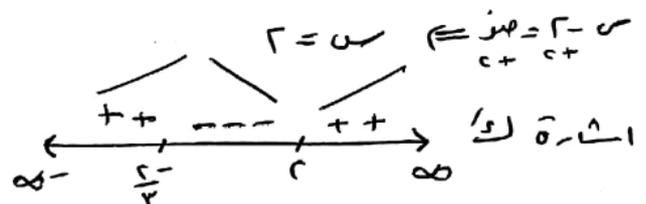
(د) ل (س) = ٣س^٣ - ٤س^٢ + ٨

ل' (س) = ٩س^٢ - ٨س

٩س^٢ - ٨س = ٠

٩س(س - ٨/٩) = ٠

$\frac{٩س}{٩} = \frac{٩(س-٨/٩)}{٩} \Rightarrow \boxed{س = ٨/٩}$



عند $s = \frac{2}{3}$ فإن c هي

$$8 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$8 + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27} =$$

$$\frac{207}{27} = \frac{217}{27} + \frac{10}{27} + \frac{10}{27} - \frac{8}{27} =$$

عند $s = 2$ فإن c هي

$$8 + 2 \times 4 - 2^3 = 2^4$$

$$8 + 8 - 8 - 8 =$$

٢) جد القيم القصوى (العظمى والصغرى) المحلية (إن وجدت) لكل مما يأتي باستخدام اختبار المشتقة الثانية:

أ) $c(s) = s^2 - 8$

ب) $c(s) = s^2 + 4$

ج) $c(s) = 2s^2 - 6s$

الحل

أ) $c'(s) = 2s - 8 = 0$

$s = 4$

$c''(s) = 2 > 0$ عند $s = 4$

$c(4) = 16 - 8 = 8$

ب) $c'(s) = 2s = 0$

$s = 0$ عند $s = 0$

ب) $c'(s) = 2s + 4 = 0$

$s = -2$

$c''(s) = 2 > 0$ عند $s = -2$

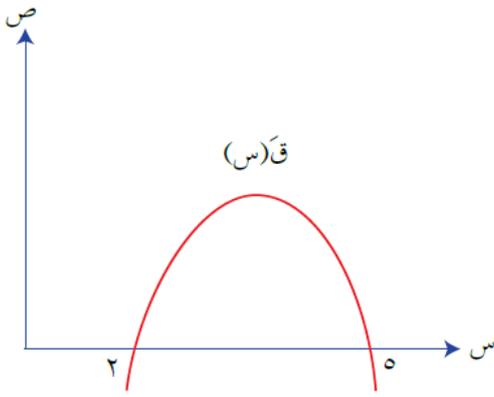
$c(-2) = 4 + 4 = 8$

ج) $c'(s) = 4s - 6 = 0$ عند $s = 1.5$

ب) $c'(s) = 4s - 6 = 0$ عند $s = 1.5$

$$\begin{aligned} \text{ج) عند } s=2 &= 6 - 2^2 = 2 \\ \text{عند } s=4 &= 6 - 4^2 = -10 \\ \frac{7}{6} &= \frac{6-s}{6} \Leftrightarrow 6-s = 6 \cdot \frac{7}{6} \\ s-6 &= -6 \Leftrightarrow s=0 \\ \text{عند } s=0 &= 6 - 0^2 = 6 \\ \text{عند } s=12 &= 6 - 12^2 = -138 \\ \text{عند } s=1 &= 6 - 1^2 = 5 \\ \text{عند } s=11 &= 6 - 11^2 = -115 \\ \text{عند } s=1 &= 6 - 1^2 = 5 \end{aligned}$$

٣) اعتماداً على الشكل (٣-١٢) الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتزان ق، حيث



الشكل (٣-١٢).

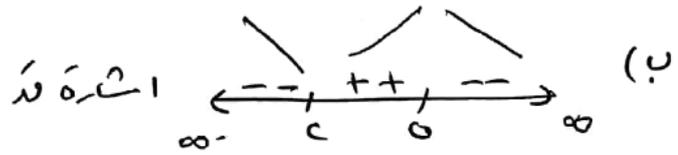
ق(٢) = ق(٥) = ٥ صفرًا، جد كلاً مما يأتي:

- أ) قيم س الحرجة للاقتزان ق.
ب) فترات التزايد والتناقص للاقتزان ق.
ج) نقط القيم القصوى المحلية للاقتزان ق مُحدِّدًا نوعها.

الحل

أصفار المشتقة الأولى

هـ { ٢ ، ٥ } وهي التقاطح الحرجة



ج) تناقص [٥، ∞) ، [٥، ∞) تناقص.

د) تزايد [٢، ٥]

هـ) عند س = ٢ هي نقطة صغرى هي (٢)

عند س = ٥ هي نقطة عظمى هي (٥).

٤) إذا كان للاقتران ق(س) = ٣س^٢ - ٢أس + ٤ قيمة حرجة عندما س = ٢، فجد قيمة الثابت أ.

الحل

$$\text{وه } (س) = ٣س^٢ - ٢أس + ٤$$

$$\text{قيمة حرجة عند } س = ٢ \Rightarrow \text{و } (٢) = ٤$$

$$\text{و } (س) = ٣س^٢ - ٢أس + ٤$$

$$\text{و } (٢) = ٣(٢)^٢ - ٢أ(٢) + ٤$$

$$\text{منه } ٤ = ١٢ - ٤أ + ٤$$

$$\boxed{١٢ = ٤} \quad ١ - ٤ (٢ - = ١٢ -)$$