

إجابات أسئلة الدرس

التكامل غير المحدود

السؤال الأول

جد كلا مما يأتي :

$$\text{ب) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{ دس} \\ \frac{1}{2} \text{ دس} + \text{ ج} \end{array} \right.$$

$$\text{د) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} \text{ دس}^3 \\ \frac{1}{3} \text{ دس}^3 + \text{ ج} \end{array} \right.$$

$$\text{أ) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{ دس} \\ \frac{1}{2} \text{ دس} + \text{ ج} \end{array} \right.$$

$$\text{ج) } \left\{ \begin{array}{l} (2 - \text{س}) \text{ دس} \\ (2 - \text{س}) \text{ دس} + \text{ ج} \end{array} \right.$$

$$\text{هـ) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} \text{ دس} \\ \frac{2}{3} \text{ دس} + \text{ ج} \end{array} \right.$$

الحل :

$$\text{أ) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{ دس} = \frac{1}{2} \text{ س} + \text{ ج} \\ \frac{1}{2} \text{ دس} + \text{ ج} = \frac{1}{2} \text{ س} + \text{ ج} \end{array} \right.$$

$$\text{ب) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} \text{ دس}^3 = \frac{1}{3} \times \text{دس}^3 \\ \frac{1}{3} \text{ دس}^3 + \text{ ج} = \frac{1}{3} \text{ س}^3 + \text{ ج} \end{array} \right.$$

$$\text{ج) } \left\{ \begin{array}{l} (2 - \text{س}) \text{ دس} = 2\text{س} - \frac{\text{س}^3}{3} + \text{ ج} \\ (2 - \text{س}) \text{ دس} + \text{ ج} = 2\text{س} - \frac{\text{س}^3}{3} + \text{ ج} \end{array} \right.$$

$$\text{د) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} \text{ دس} = \text{س}^2 + \text{ ج} \\ \frac{2}{3} \text{ دس} + \text{ ج} = \text{س}^2 + \text{ ج} \end{array} \right.$$

$$\text{هـ) } \left\{ \begin{array}{l} -2\text{س}^3 \text{ دس} = -\frac{2}{3} \text{ س}^3 + \text{ ج} \\ -2\text{س}^3 \text{ دس} + \text{ ج} = -\frac{2}{3} \text{ س}^3 + \text{ ج} \end{array} \right.$$

السؤال الثاني

جد كلا مما يأتي :

$$\left. \begin{array}{l} \text{أ) } (10s^2 - 6s + 3cas) \text{ دس} : \\ \text{ب) } (2-s)(4s+1) \text{ دس} : \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ج) } 3 \text{ ظاس جناس دس} : \\ \text{د) } \frac{s^2 + 6s + 8}{s + 2} \text{ دس ، } s \neq -2 \end{array} \right\}$$

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} \text{أ) } (10s^2 - 6s + 3cas) \text{ دس} = (10s^2 - \frac{1}{6}s^2 + 3cas) \text{ دس} \\ \frac{7}{6}s^2 + 3cas + \frac{10}{3}s - \frac{10}{3} = \frac{7}{6}s^2 + 3cas + ج \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ب) } (2-s)(4s+1) \text{ دس} = (8s+2-4s^2-s) \text{ دس} \\ 7s+2-4s^2 = \frac{4}{3}s^3 + 2s - \frac{7}{2}s \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ج) } 3 \text{ ظاس جناس دس} = \frac{3}{cas} \times \text{جناس دس} = 3 \text{ جاس دس} \\ (7s+2-4s^2) \text{ دس} = \frac{(s+2)(s+4)}{s+2} \text{ دس} = \frac{s^2 + 6s + 8}{s+2} \text{ دس} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{د) } (s+4) \text{ دس} = \frac{(s+2)(s+4)}{s+2} \text{ دس} = \frac{s^2 + 6s + 8}{s+2} \text{ دس} \end{array} \right\}$$

السؤال الثالث

$$\left. \begin{array}{l} \text{جد } \frac{d^s}{ds} \text{ عندما } s = 5, \text{ حيث } s \neq 0 \\ \frac{4s+1}{s} \end{array} \right\}$$

الحل :

نقوم باشتقاء الطرفين ، ،

(مشتقة التكامل تعطي ما داخل التكامل) ، إذن:

$$\frac{d^s}{ds} \left. \frac{4s+1}{s} \right|_{s=5} = \frac{d}{ds} \left. \frac{4s+1}{s} \right|_{s=5}$$

$$\frac{21}{5} = \frac{1+20}{5} = \frac{1+(5)(4)}{5} = \left. \frac{d^s}{ds} \right|_{s=5}$$

السؤال الرابع

إذا كان Q اقتراناً قابلاً للاشتقاء ، وكان $Q'(s) = 6s - 8s^3 + 5$ ، وكان $Q(-1) = 2$.
فجد قاعدة الاقتران Q .

الحل :

$$Q(s) = Q(s) ds = \left[6s - 8s^3 + 5 \right] ds = 6s^2 - 24s^4 + 5s + C$$

$$Q(-1) = 2 = (-1)^3 - (-1)^4 + (-1)^5 + C$$

$$2 = -1 - 1 + 1 + C \Rightarrow C = 3$$

السؤال الخامس

إذا كان $\int u(s) ds = 6s^3 - 3s^2 + 6s - 5$ ، فجد $u(1)$.

الحل :

نقوم باشتلاقاً للطرفين ،

$$\frac{d}{ds} \int u(s) ds = (6s^3 - 3s^2 + 6s - 5)$$

$$u(s) = 18s^2 - 6s + 6 \quad \Leftrightarrow \quad u(1) = 18(1)^2 - 6(1) + 6 = 18$$

السؤال السادس

إذا كان q اقتراناً قابلاً للاشتلاق ، وكان $q'(s) = 2s - 5$ ، وكان $q(2) = 4$ ، فجد قيمة $q(1)$.

الحل :

$$q(s) = q(s) ds = (2s - 5) ds = s^2 - 5s + C$$

$$q(2) = 2^2 - 5(2) + C = 4 - 10 + C = 4 \quad \Leftrightarrow \quad C = 10$$

$$\therefore q(s) = s^2 - 5s + 10 \quad \Leftrightarrow \quad q(1) = 1^2 - 5(1) + 10 = 6$$

لفهم إجابات أسئلة درس التكامل غير المحدود ، شاهد الفيديو

السؤال السابع

إذا كان q اقتراناً قابلاً للاشتلاق ، وكان $q'(s) = 3s^3 - 5s^2 + 4s - 1$ ، وكان $q(2) = 1$ ، فجد قيمة $q(1)$.

الحل :

$$q(s) = 18s - 15s^2 + 4s^3$$

$$q(s) = q(s) ds = (18s - 15s^2 + 4s^3) ds = s^9 - 5s^7 + s^5 + C$$

$$q(2) = 2^9 - 5(2)^7 + 4(2)^5 + 1 = 16 + 40 - 36 - 1 = 13 \quad \Leftrightarrow \quad C = 13$$

$$\therefore q(s) = 9s^8 - 5s^6 + s^4 - 13 \quad \Leftrightarrow \quad q(1) = 9(1)^8 - 5(1)^6 + 1^4 - 13 = -8$$

السؤال الثامن

إذا كان $Q(s)$ اقتراناً قابلاً للاشتقاق ، وكان $Q'(s) = \frac{s^2 + 6s + 8s^3}{s}$ ، $s \neq 0$ ، وكان $Q(1) = 12$ ، فجد قاعدة الاقتران Q .

الحل :

$$\begin{aligned}
 Q(s) &= Q'(s) ds = \left\{ \frac{s(s+6+8s^2)}{s} ds = \frac{s^3 + 6s^2 + 8s^3}{s^2} ds = \right. \\
 &\quad \left. (s^3 + 6s^2 + 8s^3) ds = \frac{s^4}{4} + \frac{6s^3}{3} + \frac{8s^4}{4} + C \right\} = \\
 Q(1) &= \frac{1}{4}(1)^4 + 2(1)^3 + 2(1)^4 + C = 12 \iff \frac{1}{4} + 2 + 2 + C = 12 \iff C = 12 - \frac{1}{4} - 2 - 2 = \frac{47}{4} \\
 \therefore Q(s) &= \frac{s^4}{4} + 2s^3 + 2s^4 + \frac{47}{4}.
 \end{aligned}$$