

إجابات الأسئلة التكامل المحدود

السؤال الأول

احسب قيمة كل مما يأتي :

$$(أ) \int_1^6 2 - x \, dx$$

$$(ج) \int_0^6 (2x^2 + 8x^3 - 5x^4 + 7) \, dx$$

$$(ب) \int_1^8 \frac{1}{\sqrt[3]{8x}} \, dx$$

$$(د) \int_{-2}^2 (3x^2 - 2)(x + 1) \, dx$$

الحل :

$$(أ) \int_1^6 2 - x \, dx = 2x - \frac{1}{2}x^2 \Big|_1^6 = 2(6) - \frac{1}{2}(6)^2 - \left(2(1) - \frac{1}{2}(1)^2 \right) = 12 - 18 - \left(2 - \frac{1}{2} \right) = -6 - \frac{3}{2} = -\frac{15}{2}$$

$$(ب) \int_1^8 \frac{1}{\sqrt[3]{8x}} \, dx = \int_1^8 \frac{1}{2\sqrt[3]{x}} \, dx = \frac{1}{2} \int_1^8 x^{-\frac{1}{3}} \, dx = \frac{1}{2} \left[\frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} \right]_1^8 = \frac{3}{4} \left[\sqrt[3]{8^2} - \sqrt[3]{1^2} \right] = \frac{3}{4} \left[\sqrt[3]{64} - 1 \right] = \frac{3}{4} [8 - 1] = \frac{21}{4}$$

$$(ج) \int_0^6 (2x^2 + 8x^3 - 5x^4 + 7) \, dx = \left[\frac{2}{3}x^3 + 2x^4 - x^5 + 7x \right]_0^6 = \left(\frac{2}{3}(6)^3 + 2(6)^4 - (6)^5 + 7(6) \right) - (0) = \frac{2}{3}(216) + 2(1296) - 7776 + 42 = 144 + 2592 - 7776 + 42 = -5000$$

$$(د) \int_{-2}^2 (3x^2 - 2)(x + 1) \, dx = \int_{-2}^2 (3x^3 + 3x^2 - 2x - 2) \, dx = \left[\frac{3}{4}x^4 + x^3 - x^2 - 2x \right]_{-2}^2 = \left(\frac{3}{4}(2)^4 + (2)^3 - (2)^2 - 2(2) \right) - \left(\frac{3}{4}(-2)^4 + (-2)^3 - (-2)^2 - 2(-2) \right) = (12 + 8 - 4 - 4) - (12 - 8 - 4 + 4) = 12 - 12 = 0$$

$$(ج) \int_1^2 (2s^2 + 8s^3 - 5s^4 + 7) ds = (2s^3 + 2s^4 - s^5 + 7s) \Big|_1^2 =$$

$$= (2(2)^3 + 2(2)^4 - (2)^5 + 7(2)) - (2(1)^3 + 2(1)^4 - (1)^5 + 7(1)) = 18 = 14 + 32 - 32 + 4 = \text{صفر}$$

$$(د) \int_1^2 (2 - s + 3s^2) ds = (2s - \frac{1}{2}s^2 + s^3) \Big|_1^2 = (2(2) - \frac{1}{2}(2)^2 + (2)^3) - (2(1) - \frac{1}{2}(1)^2 + (1)^3) =$$

$$= (4 - 2 + 8) - (2 - 0.5 + 1) = 8 - 2.5 = 5.5 = 11/2$$

شاهد الفيديو التالي لفهم درس التكامل المحدود

السؤال الثاني

$$\text{إذا كان } \int_1^m 4 ds = 20, \text{ فجد قيمة الثابت } m.$$

الحل :

$$20 = (1 - m) 4 \iff 20 = (1 + m) 4 \iff 5 = 1 + m \iff m = 4$$

السؤال الثالث

إذا كان الاقتران q معرفاً على الفترة $[1, 5]$ ، وكان $q'(s) = 2s + 1$ ، فجد قيمة $q(5) - q(1)$

الحل :

$$q'(s) = 2s + 1 \implies q(s) = s^2 + s + C$$

$$q(5) - q(1) = (5^2 + 5 + C) - (1^2 + 1 + C) = 25 + 5 - 1 - 1 = 28$$

السؤال الرابع

احسب قيمة التكامل الآتي : $\int_2^2 (4s - 2s^2 + 3) ds$.

الحل :

$$\int_2^2 (4s - 2s^2 + 3) ds = \left[2s^2 - \frac{2}{3}s^3 + 3s \right]_2^2$$

$$= \left(2(2)^2 - \frac{2}{3}(2)^3 + 3(2) \right) - \left(2(2)^2 - \frac{2}{3}(2)^3 + 3(2) \right) =$$

$$= (8 - \frac{16}{3} + 6) - (8 - \frac{16}{3} + 6) = 0 = \text{صفر}$$

وهذه من خصائص التكامل المحدود $\int_a^a f(x) dx = 0$.

السؤال الخامس

احسب قيمة كل من التكاملات الآتية :-

(أ) $\int_1^2 (4 - 2s^2) ds$

(ب) $\int_1^2 (3 - s^2) ds$

(ج) $\int_1^2 \frac{s^2 + 2s - 1}{s - 1} ds$

الحل :

(أ) $\int_1^2 (4 - 2s^2) ds = \left[4s - \frac{2}{3}s^3 \right]_1^2$

$$= \left(4(2) - \frac{2}{3}(2)^3 \right) - \left(4(1) - \frac{2}{3}(1)^3 \right) =$$

$$= \left(8 - \frac{16}{3} \right) - \left(4 - \frac{2}{3} \right) = \frac{24 - 16}{3} - \frac{12 - 2}{3} = \frac{8}{3} - \frac{10}{3} = -\frac{2}{3}$$

شاهد الفيديو التالي لفهم حل أسئلة درس التكامل المحدود

$$(ب) \int_1^{-1} (3 - 2s)^2 ds = \int_1^{-1} (9 + 12s - 4s^2) ds = \int_1^{-1} (9 + 12s - 4s^2) ds$$

$$(1 \times 9 + 2 \times 1 \times 6 - 4 \times \frac{1}{3}) - (1 \times 9 + 2 \times (-1) \times 6 - 4 \times \frac{1}{3}) =$$

$$\frac{62}{3} - = 18 - \frac{4}{3} - = 3 - \frac{4}{3} - 15 - \frac{4}{3} = (3 + \frac{4}{3}) - (15 - \frac{4}{3}) =$$

$$(ج) \int_1^{-1} \frac{7 - 6s + 2s^2}{1 - s} ds = \int_1^{-1} \frac{(7 + s)(1 - s)}{1 - s} ds = \int_1^{-1} (7 + s) ds$$

$$12 - = 14 - 2 = \text{صفر} - (2 \times 7 + \frac{2 \times (-1)}{2}) = \int_1^{-1} (7 + \frac{s}{2}) ds =$$