إجابات الأسئلة

التكامل المحدود

السؤال الأول

احسب قيمة كل مما يأتي :

أ) $\int_{1}^{6} -2 \, د س$

ب) $\int_{8}^{1} \frac{1}{\sqrt[3]{س^{8}}} \, د س$

جـ) $\int_{0}^{6} (٢س + ٨س^{٣} - ٥س^{٤} + ٧) \, د س$

د) $\int_{-٢}^{٢} (٣س - ٢)(س + ١) \, د س$

الحل :

أ) $\int_{1}^{6} -2 \, د س = -٢ (٦ - ١) = -٢ \times ٥ = -١٠$

ب) $\int_{8}^{1} \frac{1}{\sqrt[3]{س^{8}}} \, د س = \int_{8}^{1} \frac{1}{٨ \, س^{\frac{٨}{٣}}} \, د س = \int_{8}^{1} \frac{1}{٨} \, س^{-\frac{٨}{٣}} \, د س = \frac{1}{٨} \times \left[\frac{س^{\frac{٢}{٣}}}{\frac{٢}{٣}} \right]_{8}^{1}$

$= \frac{٣}{١٦} \left[س^{\frac{٢}{٣}} \right]_{8}^{1} = \frac{٣}{١٦} \left[\sqrt[3]{س^{٢}} \right]_{8}^{1} = \frac{٣}{١٦} \sqrt[3]{(١)^{٢}} - \frac{٣}{١٦} \sqrt[3]{(٨)^{٢}}$

$= \frac{٣}{١٦} - \frac{٣}{١٦} \times ٤ = \frac{١٢}{١٦} - \frac{٣}{١٦} = \frac{٩}{١٦}$

جـ) $\int_{0}^{2} (٢س + ٨س^{٣} - ٥س^{٤} + ٧)\, د س = [س^{٢} + ٢س^{٤} - س^{٥} + ٧س]_{0}^{2}$

$= ((٢)^{٢} + ٢ (٢)^{٤} - (٢)^{٥} + ٧ (٢) - صفر) = ٤ + ٣٢ - ٣٢ + ١٤ = ١٨$

د) $\int_{-٢}^{٢} (٣س - ٢)(س + ١)\, د س = \int_{-٢}^{٢} (٣س^{٢} + ٣س - ٢س - ٢)\, د س = [س^{٣} + \frac{س^{٢}}{٢} - ٢س]_{-٢}^{٢}$

$= ((٢)^{٣} + \frac{(٢)^{٢}}{٢} - ٢ \times ٢) - ((-٢)^{٣} + \frac{(-٢)^{٢}}{٢} - ٢ \times -٢)$

$= (٨ + ٢ - ٤) - (-٨ + ٢ + ٤) = ٦ - -٢ = ٨$

شاهد الفيديو التالي لفهم درس التكامل المحدود

السؤال الثاني

إذا كان $\int_{-١}^{م} ٤\, دس = ٢٠$ ، فجد قيمة الثابت م .

الحل :

$٤ (م - -١) = ٢٠ <==> ٤ (م + ١) = ٢٠ <==> م + ١ = ٥ <==> م = ٤$

السؤال الثالث

إذا كان الاقتران ق معرفا على الفترة [١ ، ٥] ، وكان قَ (س) = ٢س + ١ ، فجد قيمة ق(٥) - ق(١)

الحل :

$\int_{١}^{٥} قَ (س)\, د س = [ق (س)]_{١}^{٥} = ق (٥) - ق (١)$

$\int_{١}^{٥} (٢س + ١)\, د س = [س^{٢} + س]_{١}^{٥} = (٥^{٢} + ٥) - (١^{٢} + ١) = ٣٠ - ٢ = ٢٨$

السؤال الرابع

احسب قيمة التكامل الآتي : $\int_{-٢}^{٢} (٤س - ٦س^{٢} + ٣)$ د س .

الحل :

$$\int_{-٢}^{٢} (٤س - ٦س^{٢} + ٣)\,دس = [٢س^{٢} - ٢س^{٣} + ٣س]_{-٢}^{٢}$$

$$= ((٢)٣ + ٣(٢)٢ - ٢(٢)٢) - ((-٢)٣ + ٣(-٢)٢ - ٢(-٢)٢)$$

$$= (٦ + ١٦ - ٨) - (٦ + ١٦ - ٨) = ٢ + ٢ = \text{صفر}$$

وهذه من خصائص التكامل المحدود $\int_{أ}^{أ} ق(س)\,دس = \text{صفر}$

السؤال الخامس

احسب قيمة كل من التكاملات الآتية :-

أ) $\int_{١}^{٢} ٣س(٤ - ٢س^{٢})\,دس$

ب) $\int_{١}^{-١} (٢س - ٣)^{٢}\,د س$

جـ) $\int_{\cdot}^{-٢} \frac{س^{٢} + ٦س - ٧}{س - ١}\,دس$

الحل :

أ) $\int_{١}^{٢} ٣س(٤ - ٢س^{٢})\,دس = \int_{١}^{٢} (١٢س - ٦س^{٣})\,دس = [٦س^{٢} - \frac{٦}{٤}س^{٤}]_{١}^{٢}$

$$= (٦ \times ٢^{٢} - \frac{٦}{٤} \times ٢^{٤}) - (٦ \times ١^{٢} - \frac{٦}{٤} \times ١^{٤})$$

$$= (٢٤ - ٢٤) - (٦ - \frac{٦}{٤}) = \text{صفر} - (\frac{٢٤ - ٦}{٤}) = \frac{-١٨}{٤} = \frac{-٩}{٢}$$

شاهد الفيديو التالي لفهم حل أسئلة درس التكامل المحدود

ب) $\int_{-1}^{1} (٢س - ٣)^{٢}$ د س $= \int_{-1}^{1} (٤س^{٢} - ١٢س + ٩)$ دس $= \left[\frac{٤}{٣} س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س \right]_{-1}^{1}$

$= (\frac{٤}{٣} \times (-١)^{٣} - ٦ \times (-١)^{٢} + ٩ \times -١) - (\frac{٤}{٣} \times ١^{٣} - ٦ \times ١^{٢} + ٩ \times ١)$

$= (\frac{-٤}{٣} - ١٥) - (\frac{٤}{٣} + ٣) = \frac{-٤}{٣} - ١٥ - \frac{٤}{٣} - ٣ = -\frac{٨}{٣} - ١٨ = -\frac{٦٢}{٣}$

جـ) $\int_{٠}^{-٢} \frac{س^{٢} + ٦س - ٧}{س - ١}$ دس $= \int_{٠}^{-٢} \frac{(س - ١)(س + ٧)}{س - ١}$ دس $= \int_{٠}^{-٢} (س + ٧)$ دس

$= \left[\frac{س^{٢}}{٢} + ٧س \right]_{٠}^{-٢} = (\frac{(-٢)^{٢}}{٢} + ٧ \times -٢) - \text{صفر} = ٢ - ١٤ = -١٢$