منهاجي
متعة التعليم الهادف

# إجابات الأسئلة

## التكامل المحدود

### السؤال الأول

احسب قيمة كل مما يأتي :

أ) $\int_{١}^{٦} -٢ \, \text{د س}$

ب) $\int_{٨}^{١} \frac{١}{٨\sqrt[٣]{\text{س}}} \, \text{د س}$

جـ) $\int_{٠}^{٦} (٢\text{س} + ٨\text{س}^{٣} - ٥\text{س}^{٤} + ٧) \, \text{د س}$

د) $\int_{-٢}^{٢} (٣\text{س} - ٢)(\text{س} + ١) \, \text{د س}$

### الحل :

أ) $\int_{١}^{٦} -٢ \, \text{د س} = -٢\,(٦ - ١) = -٢ \times ٥ = -١٠$

ب) $\int_{٨}^{١} \frac{١}{٨\sqrt[٣]{\text{س}}} \, \text{د س} = \int_{٨}^{١} \frac{١}{٨\,\text{س}^{\frac{١}{٣}}} \, \text{د س} = \frac{١}{٨}\int_{٨}^{١} \text{س}^{\frac{-١}{٣}} \, \text{د س} = \frac{١}{٨} \times \left[\frac{\text{س}^{\frac{٢}{٣}}}{\frac{٢}{٣}}\right]_{٨}^{١}$

$= \frac{٣}{١٦}\left[\text{س}^{\frac{٢}{٣}}\right]_{٨}^{١} = \frac{٣}{١٦}\left[\sqrt[٣]{\text{س}^{٢}}\right]_{٨}^{١} = \frac{٣}{١٦}\sqrt[٣]{(١)^{٢}} - \frac{٣}{١٦}\sqrt[٣]{(٨)^{٢}}$

$= \frac{٣}{١٦} - \frac{٣}{١٦} \times ٤ = \frac{٣}{١٦} - \frac{١٢}{١٦} = -\frac{٩}{١٦}$

جـ) $\int_{٠}^{٢} (٢\text{س} + ٨\text{س}^{٣} - ٥\text{س}^{٤} + ٧)\,\text{د س} = \left[\text{س}^{٢} + ٢\text{س}^{٤} - \text{س}^{٥} + ٧\text{س}\right]_{٠}^{٢}$

$= ((٢)^{٢} + ٢\,(٢)^{٤} - (٢)^{٥} + ٧\,(٢) - \text{صفر}) = ٤ + ٣٢ - ٣٢ + ١٤ = ١٨$

د) $\int_{-٢}^{٢} (٣\text{س} - ٢)(\text{س} + ١)\,\text{د س} = \int_{-٢}^{٢} (٣\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - ٢\text{س} - ٢)\,\text{د س} = \int_{-٢}^{٢} (٣\text{س}^{٢} + \text{س} - ٢)\,\text{د س}$

$= \left[\text{س}^{٣} + \frac{\text{س}^{٢}}{٢} - ٢\text{س}\right]_{-٢}^{٢} = ((٢)^{٣} + \frac{(٢)^{٢}}{٢} - ٢ \times ٢) - ((-٢)^{٣} + \frac{(-٢)^{٢}}{٢} - ٢ \times -٢)$

$= (٨ + ٢ - ٤) - (-٨ + ٢ + ٤) = ٦ - -٢ = ٨$

شاهد الفيديو التالي لفهم درس التكامل المحدود

## السـؤال الـثـانـي

إذا كان $\int_{-١}^{\text{م}} ٤\,\text{دس} = ٢٠$ ، فجد قيمة الثابت م .

**الحـل :**

$٤\,(\text{م} - -١) = ٢٠ \Leftarrow ٤\,(\text{م} + ١) = ٢٠ \Leftarrow \text{م} + ١ = ٥ \Leftarrow \text{م} = ٤$

## السـؤال الـثـالث

إذا كان الاقتران ق معرفا على الفترة [١ ، ٥] ، وكان قَ(س) = ٢س + ١ ، فجد قيمة ق(٥) – ق(١)

**الحـل :**

$\int_{١}^{٥} \text{قَ}(\text{س})\,\text{د س} = \left[\text{ق}(\text{س})\right]_{١}^{٥} = \text{ق}(٥) - \text{ق}(١)$

$\int_{١}^{٥} (٢\text{س} + ١)\,\text{د س} = \left[\text{س}^{٢} + \text{س}\right]_{١}^{٥} = (٥^{٢} + ٥) - (١^{٢} + ١) = ٣٠ - ٢ = ٢٨$

## السؤال الرابع

احسب قيمة التكامل الآتي : $\int_{٢}^{٢} (٤س - ٦س^{٢} + ٣)\, د س$ .

**الحل :**

$$\int_{٢}^{٢} (٤س - ٦س^{٢} + ٣)\, دس = \left[(٢س^{٢} - ٢س^{٣} + ٣س)\right]_{٢}^{٢}$$

$$= (٢(٢)^{٢} - ٢(٢)^{٣} + ٣(٢)) - (٢(٢)^{٢} - ٢(٢)^{٣} + ٣(٢))$$

$$= (٨ - ١٦ + ٦) - (٨ - ١٦ + ٦) = -٢ - -٢ = ٢ + ٢ = صفر$$

وهذه من خصائص التكامل المحدود $\int_{أ}^{أ} ق(س)\, دس = صفر$

## السؤال الخامس

احسب قيمة كل من التكاملات الآتية :-

أ) $\int_{١}^{٢} ٣س(٤ - ٢س^{٢})\, دس$

ب) $\int_{١}^{-١} (٢س - ٣)^{٢}\, د س$

جـ) $\int_{٠}^{-٢} \frac{س^{٢} + ٦س - ٧}{س - ١}\, دس$

**الحل :**

أ) $$\int_{١}^{٢} ٣س(٤ - ٢س^{٢})\, دس = \int_{١}^{٢} (١٢س - ٦س^{٣})\, دس = \left[(٦س^{٢} - \frac{٦}{٤}س^{٤})\right]_{١}^{٢}$$

$$= (٦ \times ٢^{٢} - \frac{٦}{٤} \times ٢^{٤}) - (٦ \times ١^{٢} - \frac{٦}{٤} \times ١^{٤})$$

$$= (٢٤ - ٢٤) - (٦ - \frac{٦}{٤}) = صفر - (\frac{٢٤ - ٦}{٤}) = \frac{-١٨}{٤} = \frac{-٩}{٢}$$

شاهد الفيديو التالي لفهم حل أسئلة درس التكامل المحدود

ب) $\int_{١}^{-١} (\text{٢س} - ٣)^{٢}\ \text{د س} = \int_{١}^{-١} (\text{٤س}^{٢} - \text{١٢س} + ٩)\ \text{دس} = \left[ (\frac{٤}{٣}\text{س}^{٣} - \text{٦س}^{٢} + \text{٩س}) \right]_{١}^{-١}$

$= (\frac{٤}{٣} \times (-١)^{٣} - ٦ \times (-١)^{٢} + ٩ \times -١) - (\frac{٤}{٣} \times ١^{٣} - ٦ \times ١^{٢} + ٩ \times ١)$

$= (\frac{-٤}{٣} - ١٥) - (\frac{٤}{٣} + ٣) = \frac{-٤}{٣} - ١٥ - \frac{٤}{٣} - ٣ = -\frac{٨}{٣} - ١٨ = -\frac{٦٢}{٣}$

جـ) $\int_{٠}^{-٢} \frac{\text{س}^{٢} + \text{٦س} - ٧}{\text{س} - ١}\ \text{دس} = \int_{٠}^{-٢} \frac{(\text{س} - ١)(\text{س} + ٧)}{\text{س} - ١}\ \text{دس} = \int_{٠}^{-٢} (\text{س} + ٧)\ \text{دس}$

$= \left[ (\frac{\text{س}^{٢}}{٢} + \text{٧س}) \right]_{٠}^{-٢} = (\frac{(-٢)^{٢}}{٢} + ٧ \times -٢) - \text{صفر} = ٢ - ١٤ = -١٢$