

إجابات الأسئلة التكامل المحدود

السؤال الأول

احسب قيمة كل مما يأتي :

$$\begin{aligned} \text{(أ)} \int_1^6 2 - \text{دس} & \\ \text{(ب)} \int_8^1 \frac{1}{\sqrt[3]{8\text{دس}}} & \\ \text{(ج)} \int_0^6 (2\text{دس} + 8\text{دس}^2 - 5\text{دس}^4 + 7) \text{دس} & \\ \text{(د)} \int_{-2}^2 (3\text{دس} - 2)(\text{دس} + 1) \text{دس} & \end{aligned}$$

الحل :

$$\text{(أ)} \int_1^6 2 - \text{دس} = 2\text{دس} - \frac{1}{2}\text{دس}^2 = (12 - 6) - \frac{1}{2}(36 - 1) = 10$$

$$\text{(ب)} \int_8^1 \frac{1}{\sqrt[3]{8\text{دس}}} = \int_8^1 \frac{1}{2\sqrt[3]{\text{دس}}} = \frac{1}{2} \int_8^1 \text{دس}^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \left[\frac{3}{2}\text{دس}^{\frac{2}{3}} \right]_8^1 = \frac{3}{4} \left[\frac{1}{\sqrt[3]{8}} - \frac{1}{\sqrt[3]{8}} \right] = 0$$

$$\text{(ج)} \int_0^6 (2\text{دس} + 8\text{دس}^2 - 5\text{دس}^4 + 7) \text{دس} = \int_0^6 (2\text{دس}^2 + 8\text{دس}^3 - 5\text{دس}^5 + 7\text{دس}) \text{دس} = \int_0^6 (2\text{دس}^3 + 8\text{دس}^4 - 5\text{دس}^6 + 7\text{دس}^2) \text{دس} = \left[\frac{1}{2}\text{دس}^4 + \frac{8}{5}\text{دس}^5 - \frac{5}{7}\text{دس}^7 + \frac{7}{3}\text{دس}^3 \right]_0^6 = \frac{1}{2}(1296) + \frac{8}{5}(7776) - \frac{5}{7}(27^3) + \frac{7}{3}(216) = 1296 + 12288 - 5670 + 504 = 13014$$

$$\text{(د)} \int_{-2}^2 (3\text{دس} - 2)(\text{دس} + 1) \text{دس} = \int_{-2}^2 (3\text{دس}^2 + 3\text{دس} - 2\text{دس} - 2) \text{دس} = \int_{-2}^2 (3\text{دس}^2 + \text{دس} - 2) \text{دس} = \left[\text{دس}^3 + \frac{1}{2}\text{دس}^2 - 2\text{دس} \right]_{-2}^2 = (8 + 2 - 4) - (-8 + 2 + 4) = 12 - (-2) = 14$$

$$(ج) \int_0^2 (2s^2 + 8s^3 - 5s^4 + 7) ds = (2s^3 + 2s^4 - s^5 + 7s) \Big|_0^2 =$$

$$18 = 14 + 32 - 32 + 4 = (2) \cdot 7 + (2) - (2) \cdot 2 + (2) =$$

$$(د) \int_0^2 (2 - s + 3s^2) ds = \int_0^2 (2 - s + 3s^2) ds = \int_0^2 (1 + s) (2 - s) ds =$$

$$(2 - s) \times 2 - \frac{(2-s)^2}{2} + 3(2-s) = \left[(2-s)^2 - \frac{(2-s)^2}{2} + 3(2-s) \right]_0^2 =$$

$$8 = 2 - 6 = (4 + 2 + 8) - (4 - 2 + 8) =$$

شاهد الفيديو التالي لفهم درس التكامل المحدود

السؤال الثاني

$$\text{إذا كان } \int_1^m 4 ds = 20, \text{ فجد قيمة الثابت } m.$$

الحل :

$$4 = m \leq 5 = 1 + m \leq 20 = (1 + m) 4 \leq 20 = (1 - m) 4$$

السؤال الثالث

إذا كان الاقتران ق معرفا على الفترة [1, 5] ، وكان ق(س) = 2س + 1 ، فجد قيمة ق(5) - ق(1)

الحل :

$$\int_1^5 (2s + 1) ds = \left[s^2 + s \right]_1^5 = (25 + 5) - (1 + 1) = 28$$

$$28 = 2 - 30 = (1 + 21) - (5 + 25) = \left[(2s + 1) ds \right]_1^5 =$$

السؤال الرابع

احسب قيمة التكامل الآتي : $\int_2^2 (4s - 2s^2 + 3) ds$.

الحل :

$$\int_2^2 (4s - 2s^2 + 3) ds = \left[2s^2 - \frac{2}{3}s^3 + 3s \right]_2^2$$

$$= \left(2(2)^2 - \frac{2}{3}(2)^3 + 3(2) \right) - \left(2(2)^2 - \frac{2}{3}(2)^3 + 3(2) \right) =$$

$$= (8 - \frac{16}{3} + 6) - (8 - \frac{16}{3} + 6) = 0 = \text{صفر}$$

وهذه من خصائص التكامل المحدود $\int_a^a f(x) dx = 0$.

السؤال الخامس

احسب قيمة كل من التكاملات الآتية :-

(أ) $\int_1^2 (4 - 2s^2) ds$

(ب) $\int_1^2 (3 - 2s) ds$

(ج) $\int_1^2 \frac{s^2 + 2s - 1}{s - 1} ds$

الحل :

(أ) $\int_1^2 (4 - 2s^2) ds = \left[4s - \frac{2}{3}s^3 \right]_1^2$

$$= \left(4(2) - \frac{2}{3}(2)^3 \right) - \left(4(1) - \frac{2}{3}(1)^3 \right) =$$

$$= \left(8 - \frac{16}{3} \right) - \left(4 - \frac{2}{3} \right) = \frac{24 - 16}{3} - \frac{12 - 2}{3} = \frac{8 - 10}{3} = -\frac{2}{3}$$

شاهد الفيديو التالي لفهم حل أسئلة درس التكامل المحدود

$$(ب) \int_1^{-1} (3 - 2s)^2 ds = \int_1^{-1} (9 + 12s - 4s^2) ds = \int_1^{-1} (9 + 12s - 4s^2) ds$$

$$(1 \times 9 + 2 \times 1 \times 6 - 4 \times \frac{1}{3}) - (1 \times 9 + 2 \times (-1) \times 6 - 4 \times \frac{1}{3}) =$$

$$\frac{62}{3} - = 18 - \frac{4}{3} - = 3 - \frac{4}{3} - 15 - \frac{4}{3} = (3 + \frac{4}{3}) - (15 - \frac{4}{3}) =$$

$$(ج) \int_1^{-1} \frac{7 - 6s + 2s^2}{1 - s} ds = \int_1^{-1} \frac{(7 + s)(1 - s)}{1 - s} ds = \int_1^{-1} (7 + s) ds$$

$$12 - = 14 - 2 = \text{صفر} - (2 \times 7 + \frac{2(-)}{2}) = \int_1^{-1} (7 + \frac{s}{2}) ds =$$