إجابات الأسئلة

التكامل المحدود

السؤال الأول

احسب قيمة كل مما يأتي :

أ) $\int_{١}^{٦} -٢ \, \text{د س}$

ب) $\int_{٨}^{١} \frac{١}{٨\sqrt[٣]{\text{س}}} \, \text{د س}$

جـ) $\int_{٠}^{٦} (٢\text{س} + ٨\text{س}^{٣} - ٥\text{س}^{٤} + ٧) \, \text{د س}$

د) $\int_{-٢}^{٢} (٣\text{س} - ٢)(\text{س} + ١) \, \text{د س}$

الحل :

أ) $\int_{١}^{٦} -٢ \, \text{د س} = -٢ \, (٦ - ١) = -٢ \times ٥ = -١٠$

ب) $\int_{٨}^{١} \frac{١}{٨\sqrt[٣]{\text{س}}} \, \text{د س} = \int_{٨}^{١} \frac{١}{٨ \, \text{س}^{\frac{١}{٣}}} \, \text{د س} = \int_{٨}^{١} \frac{١}{٨} \text{س}^{\frac{-١}{٣}} \, \text{د س} = \frac{١}{٨} \times \left[\frac{\text{س}^{\frac{٢}{٣}}}{\frac{٢}{٣}} \right]_{٨}^{١}$

$= \frac{٣}{١٦} \left[\text{س}^{\frac{٢}{٣}} \right]_{٨}^{١} = \frac{٣}{١٦} \left[\sqrt[٣]{\text{س}^{٢}} \right]_{٨}^{١} = \frac{٣}{١٦} \sqrt[٣]{(١)^{٢}} - \frac{٣}{١٦} \sqrt[٣]{(٨)^{٢}}$

$= \frac{٣}{١٦} - \frac{٣}{١٦} \times ٤ = \frac{٣}{١٦} - \frac{١٢}{١٦} = -\frac{٩}{١٦}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

جـ) $\int_{٠}^{٢} (٢\text{س} + ٨\text{س}^{٣} - ٥\text{س}^{٤} + ٧)\ \text{د س} = \left[(\text{س}^{٢} + ٢\text{س}^{٤} - \text{س}^{٥} + ٧\text{س}) \right]_{٠}^{٢}$

$= ((٢)^{٢} + ٢\ (٢)^{٤} - (٢)^{٥} + ٧\ (٢) - \text{صفر}) = ٤ + ٣٢ - ٣٢ + ١٤ = ١٨$

د) $\int_{-٢}^{٢} (٣\text{س} - ٢)\ (\text{س} + ١)\ \text{د س} = \int_{-٢}^{٢} (٣\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - ٢\text{س} - ٢)\ \text{د س} = \int_{-٢}^{٢} (٣\text{س}^{٢} + \text{س} - ٢)\ \text{د س}$

$= \left[(\text{س}^{٣} + \frac{\text{س}^{٢}}{٢} - ٢\text{س}) \right]_{-٢}^{٢} = ((٢)^{٣} + \frac{(٢)^{٢}}{٢} - ٢ \times ٢) - ((-٢)^{٣} + \frac{(-٢)^{٢}}{٢} - ٢ \times -٢)$

$= (٨ + ٢ - ٤) - (-٨ + ٢ + ٤) = ٦ - -٢ = ٨$

شاهد الفيديو التالي لفهم درس التكامل المحدود

السؤال الثاني

إذا كان $\int_{-١}^{\text{م}} ٤\ \text{دس} = ٢٠$ ، فجد قيمة الثابت م .

الحل :

$٤\ (\text{م} - -١) = ٢٠ \Longleftarrow ٤\ (\text{م} + ١) = ٢٠ \Longleftarrow \text{م} + ١ = ٥ \Longleftarrow \text{م} = ٤$

السؤال الثالث

إذا كان الاقتران ق معرفا على الفترة [١ ، ٥] ، وكان قَ(س) = ٢س + ١ ، فجد قيمة ق(٥) – ق(١)

الحل :

$\int_{١}^{٥} \text{قَ}(\text{س})\ \text{د س} = \text{ق}(\text{س}) \Big]_{١}^{٥} = \text{ق}(٥) - \text{ق}(١)$

$\int_{١}^{٥} (٢\text{س} + ١)\ \text{د س} = (\text{س}^{٢} + \text{س}) \Big]_{١}^{٥} = (٥^{٢} + ٥) - (١^{٢} + ١) = ٣٠ - ٢ = ٢٨$

السؤال الرابع

احسب قيمة التكامل الآتي : $\int_{٢}^{٢} (٤\text{س} - ٦\text{س}^{٢} + ٣)\, \text{د س}$.

الحل :

$$\int_{٢}^{٢} (٤\text{س} - ٦\text{س}^{٢} + ٣)\, \text{دس} = \left[(٢\text{س}^{٢} - ٢\text{س}^{٣} + ٣\text{س})\right]_{٢}^{٢}$$

$$= (٢(٢)^{٢} - ٢(٢)^{٣} + ٣(٢)) - (٢(٢)^{٢} - ٢(٢)^{٣} + ٣(٢))$$

$$= (٨ - ١٦ + ٦) - (٨ - ١٦ + ٦) = -٢ - -٢ = ٢ + ٢ = \text{صفر}$$

وهذه من خصائص التكامل المحدود $\int_{\text{أ}}^{\text{أ}} \text{ق (س) دس} = \text{صفر}$

السؤال الخامس

احسب قيمة كل من التكاملات الآتية :-

أ) $\int_{١}^{٢} ٣\text{س}\,(٤ - ٢\text{س}^{٢})\, \text{دس}$

ب) $\int_{١}^{-١} (٢\text{س} - ٣)^{٢}\, \text{د س}$

جـ) $\int_{٠}^{-٢} \frac{\text{س}^{٢} + ٦\text{س} - ٧}{\text{س} - ١}\, \text{دس}$

الحل :

أ) $\int_{١}^{٢} ٣\text{س}\,(٤ - ٢\text{س}^{٢})\, \text{دس} = \int_{١}^{٢} (١٢\text{س} - ٦\text{س}^{٣})\, \text{دس} = \left[(٦\text{س}^{٢} - \frac{٦}{٤}\text{س}^{٤})\right]_{١}^{٢}$

$$= (٦ \times ٢^{٢} - \frac{٦}{٤} \times ٢^{٤}) - (٦ \times ١^{٢} - \frac{٦}{٤} \times ١^{٤})$$

$$= (٢٤ - ٢٤) - (٦ - \frac{٦}{٤}) = \text{صفر} - (\frac{٢٤ - ٦}{٤}) = \frac{-١٨}{٤} = \frac{-٩}{٢}$$

شاهد الفيديو التالي لفهم حل أسئلة درس التكامل المحدود

ب) $\int_{1}^{-1} (\text{٢س} - ٣)^{٢} \, \text{د س} = \int_{1}^{-1} (\text{٤س}^{٢} - \text{١٢س} + ٩) \, \text{دس} = \left[\left(\frac{٤}{٣}\text{س}^{٣} - \text{٦س}^{٢} + \text{٩س}\right) \right]_{1}^{-1}$

$= \left(\frac{٤}{٣} \times (-١)^{٣} - ٦ \times (-١)^{٢} + ٩ \times -١\right) - \left(\frac{٤}{٣} \times ١^{٣} - ٦ \times ١^{٢} + ٩ \times ١\right)$

$= \left(\frac{-٤}{٣} - ١٥\right) - \left(\frac{٤}{٣} + ٣\right) = \frac{-٤}{٣} - ١٥ - \frac{٤}{٣} - ٣ = -\frac{٨}{٣} - ١٨ = -\frac{٦٢}{٣}$

جـ) $\int_{0}^{-2} \frac{\text{س}^{٢} + \text{٦س} - ٧}{\text{س} - ١} \, \text{دس} = \int_{0}^{-2} \frac{(\text{س} - ١)(\text{س} + ٧)}{\text{س} - ١} \, \text{دس} = \int_{0}^{-2} (\text{س} + ٧) \, \text{دس}$

$= \left[\left(\frac{\text{س}^{٢}}{٢} + \text{٧س}\right) \right]_{0}^{-2} = \left(\frac{(-٢)^{٢}}{٢} + ٧ \times -٢\right) - \text{صفر} = ٢ - ١٤ = -١٢$