

إجابات تدريبات الدرس

التكامل غير المحدود

تدريب ١

إذا كان $\int_{-1}^2 l(s) ds = -2$ ، $\int_{-1}^2 e(s) ds = 5$ ، فجد قيمة كل مما يأتي:

$$(1) \int_{-1}^2 \frac{5e(s)}{2} ds \quad (2) \int_{-1}^2 (2e(s) - 3l(s) - 2s) ds$$

الحل

$$\int_{-1}^2 l(s) ds = -2 \iff \int_{-1}^2 l(s) ds = -2$$

$$(1) \int_{-1}^2 \frac{5e(s)}{2} ds = \frac{5}{2} \int_{-1}^2 e(s) ds = \frac{5}{2} \times 5 = \frac{25}{2}$$

$$(2) \int_{-1}^2 (2e(s) - 3l(s) - 2s) ds = 2 \int_{-1}^2 e(s) ds - 3 \int_{-1}^2 l(s) ds - \int_{-1}^2 2s ds$$

$$= 2 \times 5 - 3 \times (-2) - \left[s^2 \right]_{-1}^2 = 10 + 6 - (4 - 1) = 10 + 6 - 3 = 13$$

تدريب ٢

إذا كان $\int_{-1}^2 \frac{ق(س)}{3} دس = ٥$ ، $\int_{-1}^2 ق(س) دس = ٤$ ، فجد قيمة كل مما يأتي:

(١) $\int_{-1}^2 ق(س) دس$ (٢) $\int_{-1}^2 ق(س) دس$

الحل

$$٥ = \int_{-1}^2 \frac{ق(س)}{3} دس \Leftrightarrow ١٥ = \int_{-1}^2 ق(س) دس$$

$$\boxed{١٥ = \int_{-1}^2 ق(س) دس} \Leftrightarrow$$

$$(١) \int_{-1}^2 ق(س) دس = \int_{-1}^2 ق(س) دس$$

$$٣ \cdot - = ١٥ - ٤ =$$

$$(٢) \int_{-1}^2 ق(س) دس + \int_{-1}^2 ق(س) دس = \int_{-1}^2 ق(س) دس$$

$$١١ = ١٥ + ٤ =$$

تدريب ٣

إذا كان $\int_{-1}^2 (٣ق(س) - ٤) دس = ١٨$ ، فجد قيمة التكامل الآتي: $\int_{-1}^2 ق(س) دس$

الحل

$$١٨ = \int_{-1}^2 (٣ق(س) - ٤) دس$$

$$١٨ = \int_{-1}^2 ٣ق(س) دس - \int_{-1}^2 ٤ دس$$

$$١٨ = ٣ \int_{-1}^2 ق(س) دس - ٤(٢ - ٠)$$

$$١٨ = ٣ \int_{-1}^2 ق(س) دس - ٨$$

$$١٨ = ١٢ - \int_{-1}^2 ق(س) دس$$

$$١٢ + ١٢ =$$

$$١٠ = \int_{-1}^2 ق(س) دس \Leftrightarrow \frac{١٠}{٣} = \int_{-1}^2 ق(س) دس$$

تدريب ٤

(١) إذا كان $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C$ ، فجد قيمة الثابت م.

(٢) إذا كان $\int \frac{1}{x^2-3} dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$ ، فجد قيمة الثابت ن.

الحل

$$(1) \quad \frac{d}{dx} \arctan x = \frac{1}{1+x^2}$$

نأخذ الجذر التفاضلي للطرفين

$$\frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$(2) \quad \int \frac{1}{x^2-3} dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C \right] = \frac{1}{x^2-3}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3} \right) = \frac{1}{x^2-3}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{x+3 - (x-3)}{(x-3)(x+3)} \right) = \frac{1}{x^2-3}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{6}{x^2-3} \right) = \frac{1}{x^2-3}$$

$$3 = 1$$

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 3 = 1$$

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 3 = 1$$

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 3 = 1$$