

إجابات كتاب التمارين

قاعدة السلسلة

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

$$(1) f(x) = 4x - 1$$

$$f'(x) = 4 \cdot 1 = 4$$

$$(2) f(x) = 33 - x^2$$

$$f'(x) = 3(3 - x^2) - 12f'(x) = -32(3 - x^2) - 32(-2x) = 3x(3 - x^2)3$$

$$(3) f(x) = (3 + 4x)^5$$

$$f'(x) = 5(3 + 4x)^4 \cdot 4 = 20(3 + 4x)^4$$

$$(4) f(x) = (8 - x)^{100}$$

$$f'(x) = 100(8 - x)^{99}(-1) = -100(8 - x)^{99}$$

$$(5) f(x) = x^2 + (200 - x)^2$$

$$f'(x) = 2x + 2(200 - x) \cdot (-1) = 2x - 2(200 - x) = 2x - 400 + 2x = 4x - 400$$

$$(6) f(x) = (x + 5)^7 + (2x + 3)^6$$

$$f'(x) = 7(x + 5)^6(1) + 6(2x + 3)^5(2) = 7(x + 5)^6 + 12(2x + 3)^5$$

$$(7) f(x) = x^5 + 6x^3$$

$$f'(x) = (x^5 + 6x^3) \cdot 13f'(x) = 13(x^5 + 6x^3) - 23(5x^4 + 6) = 5x^4 + 63(5x^4 + 6x^3)23$$

$$(8) f(x) = 1(x^2 - 3)^3$$

$$f'(x) = (x^2 - 3) - 3f'(x) = -3(x^2 - 3) - 4(2x) = -6x(x^2 - 3)4$$

$$(9) f(x) = 12x^2 + 16 - x^2$$

$$f'(x) = x + -2x \cdot 216 - x^2 = x - x \cdot 16 - x^2$$

x أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة المعطاة:

(10) $f(x)=4x^3+(x-2)^4$, $x=2$

$$f'(x)=12x^2+4(x-2)^3 \quad f'(2)=12(4)+4(2-2)^3=48$$

(11) $f(x)=x^2+8x$, $x=8$

$$f'(x)=2x+8 \quad f'(8)=8+8=16$$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكل ممّا يأتي:

(12) $y=u^3-7u^2$, $u=x^2+3$

$$\frac{dy}{du}=3u^2-14u \quad \frac{du}{dx}=2x \quad \frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}=(3u^2-14u) \times 2x=6x(x^2+3)^2-28x(x^2+3)$$

(13) $y=7-3u$, $u=x^2-9$

$$\frac{dy}{du}=-3 \quad \frac{du}{dx}=2x \quad \frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}=-3 \times 2x=-6x$$

x أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكل ممّا يأتي عند قيمة المعطاة:

(14) $f(x)=u^3-5(u^3-7u)^2$, $u=x$, $x=4$

$$\frac{dy}{du}=3u^2-10(u^3-7u)(3u^2-7) \quad \frac{du}{dx}=1$$

$u = 2$ فإن $x = 4$ عندما

$$\frac{dy}{dx}|_{x=4}=\frac{dy}{du}|_{u=2} \times \frac{du}{dx}|_{x=4} \quad \frac{dy}{du}|_{u=2}=3(4)^2-10(8-14)(12-7)=312$$

$$\frac{du}{dx}|_{x=4}=1 \quad \frac{dy}{dx}|_{x=4}=312 \times 1=312$$

(15) $f(x)=2u^3+3u^2$, $u=x+x$, $x=1$

$$dydu = 6u^2 + 6ududx = 1 + 12x$$

$u = 2$ فإن $x = 1$ عندما

$$dydx|_{x=1} = dydu|_{u=2} \times dudx|_{x=1} = 6(4) + 6(2) = 36$$

$$1 = 1 + 12 = 32 \quad dydx|_{x=1} = 36 \times 32 = 54$$

تلوث: توصلت دراسة بيئية إلى نمذجة مقدار التلوث في إحدى البحيرات باستعمال الاقتران: $P(t) = (t14+3)^3$ ، حيث t الزمن بالسنوات، علماً بأن P يقاس بأجزاء من المليون:

(16) أجد معدل تغير مقدار التلوث في البحيرة بالنسبة إلى الزمن t .

$$P'(t) = 3(t14+3)^2 \times 14t - 34 = 3(t14+3)^2 4t34$$

(17) أجد معدل تغير مقدار التلوث في البحيرة بعد 16 عاماً.

$$P'(16) = 3(2+3)^2 4(8) = 7532 \approx 2.34$$

إذا كان: $h(5) = -2$ ، $h'(5) = 6$ ، $g(-2) = 8$ ، $g'(-2) = 4$ فأجد مشتقة كل اقتران مما $x = 5$ يأتي عندما:

(18) $f(x) = g(h(x))$

$$f'(x) = g'(h(x)) \times h'(x) \quad f'(5) = g'(h(5)) \times h'(5) = g'(-2) \times 6 = 4 \times 6 = 24$$

(19) $f(x) = 4(h(x))^2$

$$f'(x) = 8(h(x)) \times h'(x) \quad f'(5) = 8(h(5)) \times h'(5) = 8 \times -2 \times 6 = -96$$