أتدرب وأحل المسائل

قاعدة السلسلة الأسئلة (1 - 24)

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(1) $f(x) = e^{4x+2}$

$f'(x) = 4e^{4x+2}$

(2) $f(x) = 50e^{2x-10}$

$f'(x) = 100e^{2x-10}$

(3) $f(x) = \cos(x^2 - 3x - 4)$

$f'(x) = -(2x - 3)\sin(x^2 - 3x - 4)$

$f'(x) = (3 - 2x)\sin(x^2 - 3x - 4)$

(4) $f(x) = 10x^2$ e-x2

$f'(x) = (10x^2)$ (-2xe-x2) + (e-x2) $(20x) = 20x$e-x2 $(1 - x^2)$

(5) $f(x) =$ x + 1x

$f(x) =$ x + 1x = 1 + 1x

$f'(x) =$ -1x21 + 1x2 = - -12x2 1 + 1x

(6) $f(x) = x^2$ tan 1x

$f'(x) = (x^2)$ (- 1x2 $\sec^2$ 1x) + (tan 1x) $(2x)$

$f'(x) = -\sec^2$ 1x + $2x$ tan 1x

(7) $f(x) = 3x - 5\cos(\pi x)^2$

$f'(x) = 3 + 5(2)(\pi x)(\pi)\sin(\pi x)^2 = 3 + 10\pi^2 x \sin(\pi x)^2$

(8) $f(x) = \ln(1 + ex1 - ex)$

$f(x) = \ln(1 + ex1 - ex) = \ln(1 + e^x) - \ln(1 - e^x)$

$f'(x) = ex1 + ex + ex1 - ex = 2ex1 - e2x$

(9) $f(x) = (\ln x)^4$

$f'(x) = 4x(\ln x)^3$

(10) $f(x) = \sin x3 + \sin x3$

$f'(x) = 13x23 \cos x3 + \cos x3\sin2 x3$

(11) $f(x) = x2+ 8x5$

$f'(x) = 2x + 85(x2 + 8x)45$

(12) $f(x) = 32xx$

$f'(x) = (x)(2 \ln 3) 32x - 32xx2 = (-1+ 2x \ln 3) 32x\ x2$

(13) $f(x) = 2^{-x} \cos \pi x$

$f'(x) = (2^{-x})(-\pi \sin \pi x) + (\cos \pi x)(-\ln 2)2^{-x}$

$= -\pi\, 2^{-x} \sin \pi x - 2^{-x}(\cos \pi x) \ln 2$

(14) $f(x) = 10 \log4\ xx$

$f'(x) = 10xx \ln 4- 10 \log4\ xx2 = 10\ln 4- 10 \log4\ xx2$

(15) $f(x) = (\sin x1 + \cos x)^2$

$f'(x) = 2(\sin x1 + \cos x)^1 \times (1 + \cos x)(\cos x) - (\sin x)(-\sin x)(1 + \cos x)2$

$= 2 \times \sin x1 + \cos x \times 11 + \cos x$

$= 2 \sin x(1 + \cos x)2$

(16) $f(x) = \log_3 (1 + x \ln x)$

$f\,'(x) = (x)\ (1x)\ +\ (\ln\ x)\ (1)(\ln\ 3)\ (1\ +\ x\ \ln\ x) = 1+\ \ln\ x(\ln\ 3)\ (1\ +\ x\ \ln\ x)$

(17) $f(x) = e^{\sin 2x} + \sin (e^{2x})$

$f\,'(x) = 2e^{\sin 2x} \cos 2x + 2e^{2x} \cos (e^{2x})$

(18) $f(x) = \tan^4 (\sec (\cos x))$

$f\,'(x) = 4(\tan (\sec(\cos x)))^3 \sec^2 (\sec(\cos x))$ x $\sec(\cos x) \tan(\cos x)$ x $(-\sin x)$

$= -4 \tan^3 (\sec(\cos x)) \sec^2 (\sec(\cos x)) \sec(\cos x) \tan(\cos x) \sin x$

أجد معادلة المماس لكل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

(19) f(x)=4e−0.5x2 , x=−2

f(x)=4e−0.5x2f(−2)=4e−0.5(−2)2=4e2f′(x)=−4xe−0.5x2

ميل المماس هو:

m=f′(−2)=−4(−2)e−0.5(−2)2=8e2

معادلة المماس هي:

y−4e2=8e2(x+2)→y=8e2x+20e2

(20) f(x)=x+cos 2x , x=0

f(x)=x+cos2xf(0)=0+cos(0)=1f′(x)=1−2sin 2x

ميل المماس هو:

m=f′(0)=1−2sin2(0)=1

معادلة المماس هي:

$y-1=1(x-0)\rightarrow y=x+1$

(21) $f(x)=2x$, $x=0$

$f(x)=2xf(0)=20=1f'(x)=(\ln 2)2x$

ميل المماس هو:

$m=f'(0)=(\ln 2)20=\ln 2$

معادلة المماس هي:

$y-1=(\ln 2)(x-0)\rightarrow y=(\ln 2)x+1$

(22) $f(x)=x+1\sin\pi x2$, $x=3$

$f(x)=x+1\sin\pi x2f(3)=2\sin 3\pi 2=-2f'(x)=(x+1)(\pi 2\cos\pi x2)+(\sin\pi x2)(12x+1)$

ميل المماس هو:

$m=f'(3)=(2)(0)+(-1)(14)=-14$

معادلة المماس هي:

$y+2=-14(x-3)\rightarrow y=-14x-54$

(23) إذا كان: $A(x)=f(g(x))$ ،
وكان: $f(-2)=8,\ f'(-2)=4, f'(5)=3,\ g(5)=-2,\ g'(5)=6$ فأجد $A'(5)$.

$A'(x)=f'(g(x))\times g'(x)A'(5)=f'(g(5))\times g'(5)=f'(-2)\times 6=4\times 6=24$

(24) إذا كان: $f(x)=xx2+1$ ، فأثبت أنّ $f'(x)=1(x2+1)3$.

$f(x)=xx2+1f'(x)=(x2+1)(1)-(x)(xx2+1)x2+1=(x2+1-x2x2+1)x2+1=1(x2+1)x2+1=1(x2+1)3$