مهارات التفكير العليا

قاعدة السلسلة

تبرير: إذا كان الاقتران: $y = \ln(ax + b)$ ، حيث a و b ثابتان موجبان، وكان ميل المماس لمنحنى الاقتران عند النقطة P هو 1 ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تباعاً:

(42) أثبت أن الإحداثي x للنقطة P أقل من 1

y=ln (ax+b)dydx=aax+b

ليكن إحداثيا P هما (x_1, y_1)، فيكون ميل المماس عند P هو:

dydx|x=x1=aax1+b→aax1+b=1→a=ax1+b→x1=a−ba=1−ba

المقدار 1 -ba أقل من 1 ؛ لأن ba مقدار موجب كون a , b موجبين.

(43) أجد إحداثيي النقطة التي يكون عندها ميل المماس 12 ، علماً بأن P هي النقطة $(0, 2)$، ثم أبرر إجابتي.

P(x1,y1)=(0,2)x1=1−ba=0→b=ay1=ln(ax1+b)→2=ln(b)→b=e2→a=e2

بتعويض قيمتي a , b في قاعدة الاقتران ينتج أن:

y=ln (e2x+e2)=ln e2(x+1)=ln e2+ln (x+1)=2+ln (x+1)

ميل المماس هو: 1x + 1 = dydx وهذا يساوي 12

إذن: 12 = 1x + 1

أي أن: $x + 1 = 2$

إذن: $x = 1$ و $y = 2 + \ln 2$

النقطة التي يكون ميل المماس عندها 12 هي $(1, 2 + \ln 2)$.

تبرير: يعطى منحنى بالمعادلة الوسيطية: $x = t^2$, $y = 2t$:

(44) أجد dydx بدلالة t .

$\frac{dy}{dt}=2, \frac{dx}{dt}=2t \quad \frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{2}{2t}=\frac{1}{t}$

(45) أجد معادلة العمودي على المماس المنحنى عند النقطة $(t^2\ , 2t)$.

ميل المماس:

$m=\frac{dy}{dx}=\frac{1}{t}$

ميل العمودي على المماس:

$m=-\frac{1}{\frac{1}{t}}=-t$

معادلة العمودي على المماس:

$y-2t=-t(x-t^2)\to y=-tx+t^3+2t$

(46) أثبت أن مساحة المثلث المكون من العمودي على المماس، والمحورين الإحداثيين، هي $\frac{1}{2}|t|(2+t^2)^2$.

لإيجاد المقطع x للعمودي على المماس نضع $y = 0$

$0=-tx+t^3+2t\to x=\frac{t^3+2t}{t}=t^2+2$

لإيجاد المقطع y للعمودي على المماس نضع $x = 0$

$y=-t(0)+t^3+2t=t^3+2t$

مساحة المثلث:

$A=\frac{1}{2}|t^2+2||t^3+2t|=\frac{1}{2}|t^2+2||t(t^2+2)|=\frac{1}{2}|t(t^2+2)^2|=\frac{1}{2}|t|(t^2+2)^2$