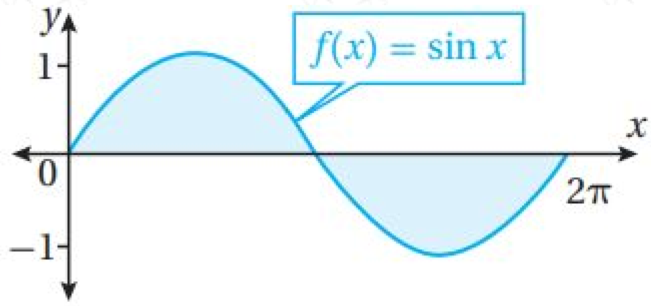
مهارات التفكير العليا

تكامل اقترانات خاصة

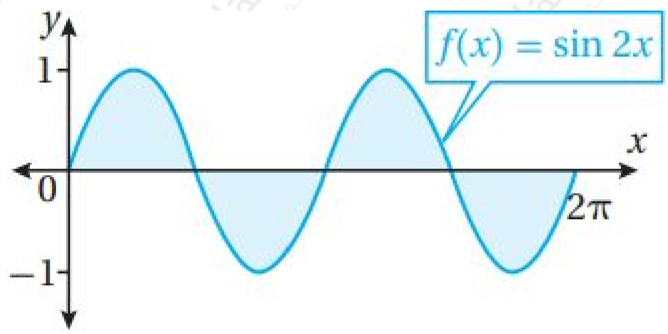
تبرير: أجد مساحة المنطقة المظللة في كل من التمثيلين البيانيين الآتيين، مبرراً إجابتي:

52


x)|x)|0π+(cosxdx)=(−cosxdx+(−∫π2πsinx=0⇒x=0,π,2πA=∫0πsinsin
π=42π−cos0+cosπ+cosπ2π=−cos

ملحوظة: يمكن الاستفادة من التماثل وإيجاد المساحة المطلوبة كما يأتي:

0)=2(2)=4π+cosx)|0π=2(−cosxdx=2(−cosA=2∫0πsin

53


2xdx)+∫π3π2s2xdx+(−∫π2πsin2x=0⇒x=0,π2,π,3π2,2πA=∫0π2sinsin
(2xdx2xdx+(−∫3π22πsinin

والأسهل هو الاستفادة من التماثل وإيجاد المساحة المطلوبة كما يأتي:

2x|0π2=−2(−1−1)=42xdx=−2cosA=4∫0π2sin

تحد: أجد كلاً من التكاملات الآتية:

(xdx (54x−cosxsinsec∫

x−1)dx=lx(tanx−1)dx=∫sec2xcosx(sinxcosxdx=∫secx−cosxsinsec∫
x−1|+C|tann

(xdx (55x2+sincot∫

x+1dx=x2cscxcscx+1dx=−12∫−2cotx2cscxcscxdx=∫cotx2+sincot∫
x+1|+C|2cscx+1|+C=−12ln|2csc−12ln

(x3dx (561xln∫

x|+C|lnxdx=13lnxdx=13∫1xlnx3dx=∫13xln1xln∫

(57) تبرير: إذا كان: ∫51a(1x−12x+3)dx=0.5ln، فأجد قيمة الثابت a، حيث: a>0.

(2a+3))−(−12la−12ln|2x+3|)|1a=(ln|x|−12ln1a(1x−12x+3)dx=(ln∫
5=0.5a2a+3+12ln5⇒lna2a+3+12ln5=ln(2a+3)+12lna−12ln5)=lnn
a2a+3=0⇒a2a+3=1⇒a=2a+3⇒a2=2a+3⇒a2−2a−3=0⇒(a−5⇒lnln
3)(a+1)=0⇒a=3,a=−1a>0 لأن مرفوضة

(58) تبرير: أثبت بطريقتين مختلفتين أن:
∫0π/4cos3xdx=0xsin3xdx−∫0π/4sinxcos0π/4cos.

طريقة أولى:

2x)|0π4x+14sin2x)dx=(18sin4x+cos3xdx=12∫0π4(cosxcos0π4cos∫
3xdx=12∫0π4(cxsinπ2)−(0+0)=14...........1∫0π4sinπ+14sin4=(18sin
π)−(0−0)π2−18sin4x)|0π4=(14sin2x−18sin4x)dx=(14sin2x−cosos
3xdx=14−14=0xsin3xdx−∫0π4sinxcos=14............(2)⇒∫0π4cos

طريقة ثانية:

3x)dxxsin3x−sinxcos3xdx=∫0π4(cosxsin3xdx−∫0π4sinxcos0π4cos∫
0)=0π−sin4x|0π4=14(sin4xdx=14sin(x+3x)dx=∫0π4cos=∫0π4cos

(59) تبرير: إذا كان: ∫2π/4kπ/3k(1−πsin(kx)dx=π(7−6، فأجد قيمة الثابت k، مبرراً إجابتي.

π3−π4k−πkkx)|π4kπ3k=π3k+πkcoskx)dx=(x+πkcosπ4kπ3k(1−πsin∫
π4=πk(13+12−14−22)=π12k(7−62)⇒π12k(7−62)=π(7−62)⇒k=cos
112

تحد: يتحرك جسيم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران:

v(t)={2t+4,0≤t≤620−(t−8)2,6<t≤10

حيث t الزمن بالثواني، وv سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا بدأ الجسيم حركته من نقطة الأصل، فأجد كلاً مما يأتي:

(60) موقع الجسيم بعد 5 ثوان من بدء الحركة.

v(t)={2t+4,0≤t≤616t−t2−44,6<t≤10s(t)=∫v(t)dts(t)=∫(2t+4)dt=t2+4t+C1 0≤t≤6 عندما s(0)=0⇒C1=0⇒s(t)=t2+4t,0≤t≤6s(5)=25+20
=45m

(61) موقع الجسيم بعد 9 ثوان من بدء الحركة.

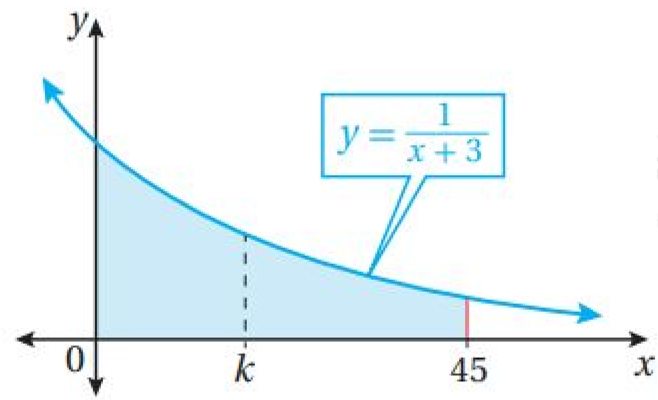
s(t)=∫(16t−t2−44)dt=8t2−13t3−44t+C2 6<t≤10 عندما

لإيجاد قيمة C2 نستعمل موقع الجسم عند t=6 موقعاً ابتدائياً بالنسبة للفترة 6,10:

s(6)=8(6)2−13(6)3−44(6)+C2

ونحسب s(6) من اقتران الموقع الذي وجدناه في السؤال السابق بالنسبة للفترة [0,6]:

s(t)=t2+4t,0≤t≤6s(6)=62+4(6)=6060=8(6)2−13(6)3−44(6)+C260
=−48+C2⇒C2=108⇒s(t)=8t2−13t3−44t+108,6<t≤10s(9)=117m



(62) تحـد: يـبين الشكـل المجـاور المنطقـة المحصورة بين منحنى الاقتران: y=1x+3، والمحـــــــور x، والمســــــــتقيمين: x=45,،x=0 أجــد قيمــة k التــي تقســم المنطقة المطلقة إلى منطقتين متساويتين في الساحة.

1612A=∫0k1x+3dx=ln|x3=ln48−lnA=∫0451x+3dx=ln|x+3‖045=ln k+33⇒4=161/2=lnk+33ln16=lnk+33⇒12ln3=ln(k+3)−ln+3‖0k=ln k+33⇒k=9