

## أتحقق من فهمي

### التكامل بالتعويض

#### التكاملات بالتعويض للتكاملات غير المحدودة

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (32):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(4x^2x^3 - 5)dx \quad (a) \int$$

$$u = x^3 - 5 \Rightarrow du = 3x^2 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{3x^2} \int (4x^2x^3 - 5)dx = \int 4x^2u \times \frac{du}{3x^2} = \int \frac{4}{3}u du = \frac{4}{3} \times \frac{u^2}{2} + C = \frac{2}{3}u^2 + C = \frac{2}{3}(x^3 - 5)^2 + C$$

$$(12xex)dx \quad (b) \int$$

$$u = x \Rightarrow du = dx \int 12xex dx = \int 12xe^u \times du = \int 12e^u du = 12e^u + C = 12ex + C$$

$$(x)^3 dx \quad (c) \int \ln$$

$$u = x^4 \Rightarrow du = 4x^3 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{4x^3} \int (x^4)^3 dx = \int u^3 \times \frac{du}{4x^3} = \frac{1}{4} \int u^3 du = \frac{1}{4} \times \frac{u^4}{4} + C = \frac{1}{16}u^4 + C = \frac{1}{16}(x^4)^4 + C = \frac{1}{16}x^{16} + C$$

$$(x)xdx \quad (d) \int \ln \cos$$

$$u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \Rightarrow dx = x du \int \cos u \times x du = \int \cos u du = \sin u + C = \sin(\ln x) + C$$

$$(5x)dx \quad (e) \int \sin \cos^4$$

$$u = \cos^5 x \Rightarrow du = -5 \cos^4 x \sin x dx \Rightarrow dx = \frac{du}{-5 \cos^4 x \sin x} \int \cos^4 x \sin x dx = \int \cos^4 u \times \frac{du}{-5 \cos^4 x \sin x} = \int -\frac{1}{5} du = -\frac{1}{5}u + C = -\frac{1}{5}\cos^5 x + C$$

$$(x^2x^2)dx \quad (f) \int$$

$$u = x^2 \Rightarrow du = 2x dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2x} \int x^2x^2 dx = \int x^2u \times \frac{du}{2x} = \int \frac{1}{2}u du = \frac{1}{2} \times \frac{u^2}{2} + C = \frac{1}{4}u^2 + C = \frac{1}{4}(x^2)^2 + C = \frac{1}{4}x^4 + C$$

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (34):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int (x^2 + 2x) dx \quad (a)$$

$$u = 1 + 2x \Rightarrow du/dx = 2 \Rightarrow dx = du/2, x = u - 1/2 \int (x^2 + 2x) dx = \int (1/2)(u-1)^2 \times du/2 = 1/4 \int (u^2 - u - 1/2) du = 1/4 (2/3 u^3 - 2/2 u^2 - 1/2 u) + C = 1/6 (1 + 2x)^3 - 1/2 (1 + 2x) + C$$

$$\int (x^7(x^4 - 8)^3) dx \quad (b)$$

$$u = x^4 - 8 \Rightarrow du/dx = 4x^3 \Rightarrow dx = du/4x^3, x^4 = u + 8 \int (x^7(x^4 - 8)^3) dx = \int (x^7 u^3) \times du/4x^3 = 1/4 \int x^4 u^3 du = 1/4 \int (u + 8) u^3 du = 1/4 \int (u^4 + 8u^3) du = 1/4 (1/5 u^5 + 2u^4) + C = 1/20 (x^4 - 8)^5 + 1/2 (x^4 - 8)^4 + C$$

$$\int (e^{3x}(1 - e^x)^2) dx \quad (c)$$

$$u = 1 - e^x \Rightarrow du/dx = -e^x \Rightarrow dx = du/-e^x, e^x = 1 - u \int (e^{3x}(1 - e^x)^2) dx = \int (e^{3x} u^2) \times du/-e^x = \int -e^{2x} u^2 du = \int -(1 - u)^2 u^2 du = \int (-1 + 2u - u^2) u^2 du = \int (-u^2 + 2u^3 - u^4) du = -1/3 u^3 + 2/4 u^4 - 1/5 u^5 + C = -1/3 (1 - e^x)^3 + 1/2 (1 - e^x)^4 - 1/5 (1 - e^x)^5 + C$$

التكاملات بالتعويض للتكاملات تحوي المقدار  $ax + bn$

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (35):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (dx/x + x^3) \quad (a)$$

$$u = x^3 \Rightarrow du/dx = 3x^2 \Rightarrow dx = du/3x^2, x = u^{1/3} \int (dx/x + x^3) = \int (1/x^2 + x^3) du/3x^2 = \int (1/3x^2 + x^3) du/3x^2 = \int (1/3u^{2/3} + u) du/3 = 1/9 \int (u^{2/3} + 3u) du = 1/9 (3/5 u^{5/3} + 3/2 u^2) + C = 1/15 (1 + x)^{5/3} + 1/2 (1 + x)^2 + C$$

$$\int (x(1-x)^2)^3 dx \quad (b)$$

$$u = 1 - x \Rightarrow du/dx = -1 \Rightarrow dx = -du, x = 1 - u \int (x(1-x)^2)^3 dx = \int (x u^2)^3 (-du) = - \int (x u^6) du = - \int (1 - u) u^6 du = - \int (u^6 - u^7) du = - (1/7 u^7 - 1/8 u^8) + C = -1/7 (1 - x)^7 + 1/8 (1 - x)^8 + C$$

$$\int (1-u)u^2 du = \int (1-u)u^2 du = \int (-u^3 + u^5) du = -\frac{35}{4}u^4 + \frac{38}{6}u^6 + C$$

$$= -\frac{35}{4}(1-x)^4 + \frac{38}{6}(1-x)^6 + C = -\frac{35}{4}(1-x)^4 + \frac{38}{6}(1-x)^6 + C$$

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (37):

أسعار: يمثل الاقتران  $p(x)$  سعر قطعة (بالدينار) تستعمل في أجهزة الحاسوب، حيث  $x$  عدد القطع المباعة منها بالمئات. إذا كان:  $p'(x) = -135x^9 + x^2$  هو معدل تغير سعر هذه القطعة، فأجد  $p(x)$ ، علماً بأن سعر القطعة الواحدة هو 30 JD عندما يكون عدد القطع المباعة منها 400 قطعة.

$$p(x) = \int (-135x^9 + x^2) dx = -\frac{135}{10}x^{10} + \frac{1}{3}x^3 + C$$

$$p(4) = -\frac{135}{10}(4)^{10} + \frac{1}{3}(4)^3 + C = -1359 + 16 + C = -1355 + C$$

$$p(30) = -\frac{135}{10}(30)^{10} + \frac{1}{3}(30)^3 + C = -675 + C$$

$$-1355 + C = -675 + C \Rightarrow C = 705$$

$$p(x) = 705 - \frac{135}{10}x^{10} + \frac{1}{3}x^3$$

التكامل بالتعويض لاقتربات تتضمن اقتراني الجيب وجيب التمام المرفوعين إلى أس فردي

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (39):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int x \sin^3 x dx$$

$$x \Rightarrow dx \Rightarrow du = -\sin x dx \Rightarrow u = \cos x$$

$$\int x \sin^3 x dx = \int x \sin^2 x (-\sin x dx) = -\int x \sin^2 x \sin x dx$$

$$= -\int x (1 - \cos^2 x) \sin x dx = -\int x \sin x dx + \int x \sin x \cos^2 x dx$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 \sin x + \frac{1}{3}x^3 \cos^3 x + C$$

$$\int x \sin^2 x \cos^5 x dx$$

$$x \Rightarrow dx \Rightarrow du = \cos x dx \Rightarrow u = \sin x$$

$$\int x \sin^2 x \cos^5 x dx = \int x \sin^2 x \cos^4 x \cos x dx = \int x \sin^2 x \cos^4 x du$$

$$= \int x (1 - u^2)^2 u^4 du = \int x (1 - 2u^2 + u^4) u^4 du = \int x (u^4 - 2u^6 + u^8) du$$

$$= \frac{1}{5}x u^5 - \frac{2}{7}x u^7 + \frac{1}{9}x u^9 + C = \frac{1}{5}x \sin^5 x - \frac{2}{7}x \sin^7 x + \frac{1}{9}x \sin^9 x + C$$

التكامل بالتعويض لاقتربات تتضمن الظل أو ظل التمام، أو القاطع، أو قاطع التمام



$$\int (x+2) \sec x \tan x \, dx$$

$$\begin{aligned} x=0 \Rightarrow u=3 \quad x=\pi/3 \Rightarrow u=4 \\ \int x \tan x \Rightarrow dx = du \sec x \tan x + 2 \Rightarrow du dx = \sec u = \sec \\ x = \int \frac{1}{3} \frac{du}{u} = \frac{1}{3} \ln |u| + C = \frac{1}{3} \ln |3 \sec x \tan x + 2| + C \\ \frac{1}{3} \ln (8 - 3\sqrt{3}) \approx 1.87 \end{aligned}$$