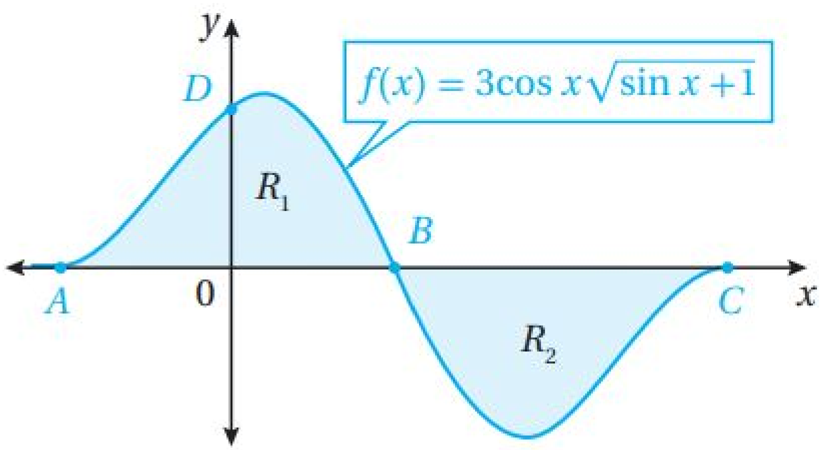
مهارات التفكير العليا

التكامل بالتعويض

تبرير: إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران: x+1xsinf(x)=3cos، فأجيب عن الأسئلة الآتية تباعاً:



(40) أجد إحداثيي كل من النقاط: A,B,C,D.

x=0⇒x=π2+2nπ,n∈ℤ,x=3π2+2nπ,n∈ℤsix=0cosx1+sinf(x)=0⇒3cos
x=−1⇒x=3π2+2nπ,n∈ℤn

يوجد عدد لا نهائي من الحلول لهاتين المعادلتين، نريد أصغر حلين موجبين (الإحداثي x للنقطتين C,B) وأكبر حل سالب (الإحداثي x للنقطة A).

أصغر حلين موجبين هما: x=π2,x=3π2، بوضع n=0

(B(π2,0),C(3π2,0⇒

أكبر حل سالب هو: x=−π2، بوضع n=-1

(A(−π2,0⟹

أما النقطة D فإحداثياها هما: (D(0,f(0))=(0,3

(41) أجد مساحة المنطقة المظللة.

x)dx+(−∫π23π2(3cox1+sinA=A1+A2=A(R1)+A(R2)A=∫−π2π2(3cos
xx=−π2⇒u=0x=π2x⇒dx=ducosx⇒dudx=cosx)dx)u=1+sinx1+sins
x)=3∫02xuducosx+(−3∫20cosxuducos⇒u=2x=3π2⇒u=0A=3∫02cos
udu+3∫02udu=6∫02udu=4u32|02=4(22−0)=82

(42) أبين أن للمنطقة R1 والمنطقة R2 المساحة نفسها.

من حل السؤال السابق نجد أن:

x)dx=∫023udu=42A(R2)=−∫π23π2(3cosx1+sinA(R1)=∫−π2π2(3cos(x)dx=−∫203udu=42⇒A(R1)=A(R2x1+sin

(43) تحد: أجد قيمة: ∫116x1+x34dx.

u=1+x34⇒dudx=34x−14⇒dx=43x14du,x34=u−1x=1⇒u=2x=16⇒u=9∫116x1+x34dx=∫29x12u43x14du=43∫29x34udu=43∫29u−1ud(92|u|)|29=43(7−lnu=43∫29(1−1u)du=43(u−ln

(44) تبرير: إذا كان f اقتراناً متصلاً، فأثبت أن: ∫0π/2f(cosx)dx=∫0π/2f(sinx)dx.

(π2−x))dxu=π2−x⇒dx=−dux=0⇒u=π2x=πx)dx=∫0π2f(sin0π2f(cos∫x)du)du=∫0π2f(sinu)du=∫0π2f(sinx)dx=∫π20−f(sin2⇒u=0∫0π2f(cosx

(45) تبرير: إذا كان a,b عددين حقيقيين موجبين، فأثبت أن: ∫01xa(1−x)bdx=∫01xb(1−x)adx.

bbb

تحد: أجد كلاً من التكاملات الآتية:

(x)) (46(lnx(lndxxln∫

bbb

(xdx (47x+cosxsinx−cossin∫

bbb

(x)3dx (482x(1+sinsin∫

bbb