إجابات كتاب التمارين

التكامل بالتعويض

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

(1) $∫xx2+4 \ dx$

$u=x2+4⇒dudx=2x⇒dx=du2x∫xx2+4dx=∫xudu2x=∫12u−12du=u12+C=x2+4+C$

(2) $∫(1−\cos \ x2)2\sin \ x2 \ dx$

$u=1−cosx2⇒dudx=12sinx2⇒dx=2sinx2du∫(1−cosx2)2sinx2dx=∫u2sinx22sinx2du=∫2u2du=23u3+C=23(1−cosx2)3+C$

(3) $∫\csc5 \ x\cos3 \ x \ dx$

$∫csc5xcos3xdx=∫cos3sin5xxdx=∫cot3xcsc2xdxu=cotx⇒dudx=−csc2x⇒dx=du−csc2x∫csc5xcos3xdx=∫cot3xcsc2xdx=∫u3csc2du−csc2x=∫−u3du=−14u4+C=−14cot4x+C$

(4) $∫x\sin \ x2 \ dx$

$u=x2⇒dx=du2x∫xsinx2dx=∫12sinudu=−12cosu+C=−12cosx2+C$

(5) $∫x3(x+2)7 \ dx$

$u=x+2⇒dx=du,x=u−2∫x3(x+2)7dx=∫(u−2)3u7du=∫(u10−6u9+12u8−8u7)du=111u11−35u10+43u9−u8+C=111(x+2)11−35(x+2)10+43(x+2)9−(x+2)8+C$

(6) $∫\ln xx \ dx$

$∫lnxxdx=∫12lnxxdxu=lnx⇒dudx=1x⇒dx=xdu∫lnxxdx=∫12lnxxdx=∫12udu=14u2+C=14(lnx)2+C$

(7) ∫exx dx

u=x⇒dudx=12x⇒dx=2xdu∫exxdx=∫eux×2xdu=2∫eudu=2eu+C
=2ex+C

(8) ∫sin (ln 4x2)x dx

∫sin(ln4x2)xdx=∫sin(2ln2x)xdxu=2ln2x⇒dudx=2x⇒dx=x2du∫si
n(ln4x2)xdx=∫sinux×x2du=12∫sinudu=−12cosu+C=−12cos(2l
n2x)+C=−12cos(ln4x2)+C

(9) ∫sec2 x cos3 (tan x) dx

u=tanx⇒dudx=sec2x⇒sec2xdx=du∫sec2xcos3(tanx)dx=∫cos3u
du=∫cosucos2udu=∫cosu(1−sin2u)duv=sinu⇒dvdx=cosu⇒cos
udx=dv∫cosu(1−sin2u)du=∫(1−v2)dv=v−13v3+C=sinu−13sin
3u+C=sin(tanx)−13sin3(tanx)+C

ملحوظة: يمكن إيجاد هذا التكامل بإعادة كتابته على الصورة:

∫sec2 xcos (tan x)(1−sin2 (tan x)) dx

وبتعويض واحد فقط هو $u = \sin(\tan x)$.

أجد قيمة كل من التكاملات الآتية:

(6208x4x+1dx (10∫

(x−1dx (11+2511∫

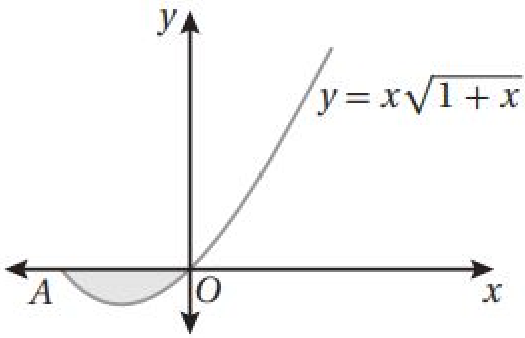
(xdx (122x1+cos0π/2sin∫

(x)3xdx (13+1)14∫

(xdx (14xcos20π/4etan∫

(xdx (15xsin30π/3cos2∫

(16) يـــبين الشكـــل المجـــاور جـــزءاً مـــن منحنى الاقتران: f(x)=xx+1.



أجد مساحة المنطقة المظللة في هذا الشكل.

في كل مما يأتي المشتقة الأولى للاقتران f(x)، ونقطة يمر بها منحنى y=f(x) أستعمل المعلومات المعطاة لإيجاد قاعدة الاقتران f(x):

(x;(π4,0) (17xcos3f′(x)=16sin

(f′(x)=xx2+5;(2,1) (18

(19) يتحرك جسيم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران:v(t)=−2t(1+t2)3/2، حيث t الزمن بالثواني، وv سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا كان الموقع الابتدائي للجسيم هو 4 m، فأجد موقع الجسيم بعد t ثانية.